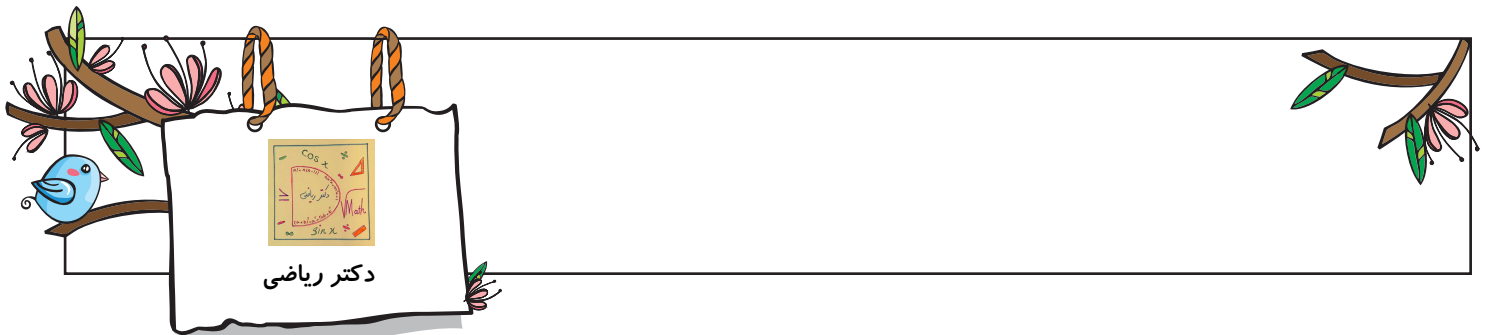


نام آزمون: ۶۰ سوال تشریحی ریاضی پایه هشتم

تاریخ آزمون: ۱۳۹۸/۰۱/۳۰

بارم	۱	حاصل ضرب هر عدد گویا در صفر برابر است.
بارم	۲	هر عدد اعشاری و کسری مثبت و یا منفی یک عدد است.
بارم	۳	کوچک‌ترین عدد مرکبی که بر هیچ‌یک از عددهای اول یک‌رقمی بخش‌پذیر نیست است.
بارم	۴	تعداد شمارنده‌های اول و مرکب عدد $7^2 \times 5^3 \times 3^4$ را بیابید.
بارم	۵	عددهای اول بین دو عدد ۴۰ و ۶۰ را بنویسید.
بارم	۶	در شکل مقابل (x, y) را به‌دست آورید.
بارم	۷	برای این مسئله یک معادله بنویسید. «اگر از سه برابر عددی ۴ واحد کم کنیم، حاصل آن عدد چیست؟»
بارم	۸	اگر مختصات رئوس مربعی را دو برابر کنیم، محیط و مساحت آن چه تغییری می‌کند؟
بارم	۹	x و y را در تساوی‌های زیر به‌دست آورید. الف) $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ y \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} x-10 \\ 4-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ 3 \end{bmatrix}$ پ) $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix}$
بارم	۱۰	در شکل زیر نیروهایی بر جسم مورد نظر وارد می‌شود. نیروی برآیند نهایی حرکت جسم‌ها را رسم نموده و آن را $\vec{d}$ بنامید.
بارم	۱۱	حاصل هریک را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید. الف) $\left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot 5 \div ((5/8)^2)^4 =$ ب) $[(2^3)^4 \times (3^6)^2] \div 6^8 =$ ج) $\frac{(7^3)^{11} \div (7^2)^4}{(7^5)^4 \div (7^4)^4} =$
بارم	۱۲	نمرات ریاضی یک کلاس با ۲۰ دانش‌آموز به صورت زیر است. ۱۸, ۲۰, ۱۳, ۵, ۱۹, ۱۰, ۱۴, ۱۹, ۵, ۸, ۱۵, ۵, ۱۷, ۱۹, ۲۰, ۱۴, ۵, ۹, ۱۵, ۲۰, ۱۸, ۵, ۱۸, ۱۶, ۱۵, ۵ الف) این نمرات را به ۴ دسته تقسیم کرده و در جدول فراوانی وارد کنید. ب) میانگین تقریبی ریاضی در این کلاس را محاسبه کنید.



بارم	طول y را حساب کنید.	۱۳								
بارم	x و y را بدست آورید.	۱۴								
بارم	دور اعداد گویا خط بکشید.	۱۵								
	$13\sqrt{35}, \sqrt{81}, 4\frac{3}{5}, 6, 2, 0$									
بارم	اندازهٔ ضلع HF چقدر است؟	۱۶								
بارم	عبارت جبری زیر را ساده کنید.	۱۷								
	$5(3x - 1) + 4x =$									
بارم	بردار a را بر حسب بردار یکه و مختصات بردار b را بنویسید.	۱۸								
	$a = \begin{bmatrix} -4 \\ 8 \end{bmatrix} \quad b = -2\vec{i} + 3\vec{j}$									
بارم	جدول فراوانی مقابل را کامل کنید.	۱۹								
	<table><tr><th>فراوانی × مرکز دسته</th><th>مرکز دسته</th><th>فراوانی</th><th>دسته</th></tr><tr><td>۱۱۰</td><td></td><td></td><td>$6 \leq x \leq 16$</td></tr></table>	فراوانی × مرکز دسته	مرکز دسته	فراوانی	دسته	۱۱۰			$6 \leq x \leq 16$	
فراوانی × مرکز دسته	مرکز دسته	فراوانی	دسته							
۱۱۰			$6 \leq x \leq 16$							
بارم	۹ مهره در یک کیسه داریم که ۴ تایی آن‌ها قرمز، ۲ تایی آبی و ۳ تایی سبز است. اگر به‌طور تصادفی یکی از مهره‌ها را بیرون بیاوریم احتمال اینکه سبز باشد چقدر است؟	۲۰								
بارم	حاصل تقسیم قرینه‌ی معکوس عدد ۶ بر قرینه‌ی مجذور عدد ۳، را محاسبه کنید.	۲۱								
بارم	حاصل را به‌دست آورید.	۲۲								
	الف) $(16, 48) =$ ب) $(17, 29) =$ ج) $((13, 11), 7) =$ د) $[(14, 7), 13] =$ هـ) $[(7, 5), 7] =$									
بارم	در کدام چندضلعی محدب، مجموع زاویه‌های داخلی، ۴ برابر مجموع زاویه‌های خارجی است؟	۲۳								



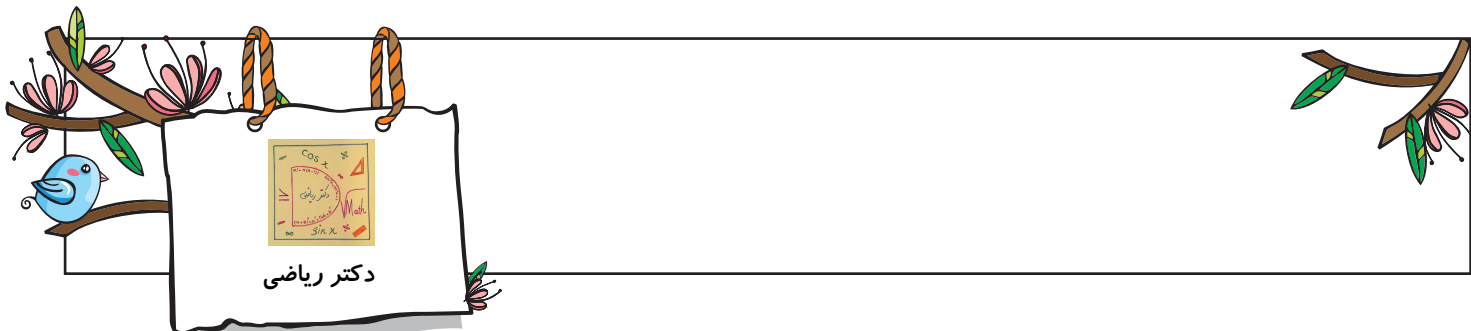


بارم	مقدار زاویه x را به دست آورید.	۲۴
بارم	عبارت جبری زیر را ساده کنید.	۲۵
بارم	اگر $x = \sqrt{12}$ و $y = \sqrt{27}$ باشد. حاصل عبارت $(x-y)^2$ را بیابید.	۲۶
بارم	$\frac{2}{5}$ عددی ۸×۴۵ است. مربع و مکعب آن را به دست آورید.	۲۷
بارم	معکوس عبارت $\sqrt{\frac{4^2 + \sqrt{81}}{144}}$ چقدر است؟	۲۸
بارم	در شکل مقابل مقدار Z را بیابید.	۲۹
بارم	در شکل مقابل مقدار x را بیابید.	۳۰
بارم	در شکل‌های زیر کمان‌های $\widehat{AB}$ ، $\widehat{XT}$ ، $\widehat{RS}$ چند درجه‌اند؟	۳۱
بارم	وضع یک خط و دایره به و بستگی دارد.	۳۲
بارم	در یک دایره وترهای نظیر مساوی باهم مساوی‌اند.	۳۳
بارم	قسمتی از صفحه بین دو نیم‌خط با مبدأ مشترک را می‌نامیم.	۳۴
بارم	مجموع زوایای داخلی هر ۸ ضلعی با مجموع زوایای خارجی یک ۱۸ ضلعی چه قدر است؟	۳۵



بارم	حاصل کسره‌های روبه‌رو را به دست آورید.	۳۶
بارم	الف) $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}$ ب) $3 - \frac{2 - 2\frac{1}{3}}{-3 + 1\frac{2}{3}}$	
بارم	مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی محدب $\frac{5}{2}$ مجموع زوایای خارجی آن است. این شکل چند ضلعی است؟	۳۷
بارم	جمله n ام الگوی عددی $1, 4, 27, 256, \dots$ را بنویسید.	۳۸
بارم	a و b را بدست آورید.	۳۹
بارم	$\begin{bmatrix} a+1 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ b-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ 4 \end{bmatrix}$	
بارم	درستی و نادرستی عبارت‌های زیر را بررسی کنید. الف) دو بردار $\vec{b}$ و $-\vec{3b}$ موازی و در خلاف جهت هم هستند. ب) اگر عددی کسر در یک بردار ضرب شود کسر در طول بردار و عرض بردار ضرب می‌شود.	۴۰
بارم	عدد a چقدر باشد تا دو عدد 81 و $2^7 \times 3^{a-2}$ نسبت به هم متباین باشند؟	۴۱
بارم	در غربال اراتستن برای تعیین عددهای اول کوچک‌تر از 100 : الف) بعد از 25 ، کدام عدد خط می‌خورد؟ ب) سی و چهارمین عددی که خط می‌خورد چیست؟ پ) پنجاه و یکمین عددی که خط می‌خورد چه عددی است؟	۴۲
بارم	اگر x حاصل ضرب اعداد 1 تا 100 باشد. $x+1$ چند مقسوم‌علیه (شمارنده) دو رقمی دارد؟	۴۳
بارم	عدد $70 \times 25^2 \times 35$ بر چند عدد اول بخش‌پذیر است؟ و چند مقسوم‌علیه دارد؟ و چند مقسوم‌علیه زوج و فرد دارد؟	۴۴
بارم	اگر $2x+5y=10$ و $5x+2y=18$ آن‌گاه مقدار عددی $(x+y)^2$ را بیابید.	۴۵
بارم	حاصل عبارت $(a-3b-1)^{400}$ را اگر $\frac{a}{b}=3$ بدست آورید.	۴۶
بارم	اگر $\frac{2x^a+3y^a}{3y^a-2x^a} = \frac{7}{3}$ آن‌گاه مقدار $(\frac{x}{y})^a$ کدام است؟	۴۷
بارم	با فرض اینکه $16 = x^2 + y^2 + xy$ و $x-y=10$ ، مقدار $x^3 - y^3$ را بیابید.	۴۸
بارم	مقدار عبارت $A = (\frac{a}{b} + \frac{b}{a})(\frac{ab}{a^4 - b^4})$ به ازای $a = -1$ و $b = \frac{1}{2}$ بیابید.	۴۹
بارم	اگر $a=3$ و $b=-2$ باشد. حاصل عبارت $\frac{(a-1)(a+1)-b}{-6(2a+3b)+3}$ را بیابید.	۵۰
بارم	اگر $a=-3$ و $x=3a^{-1}$ مقدار عددی A را بیابید.	۵۱
بارم	$A = \frac{-3x+1}{3ax}$	





بارم	۵۲	در شکل مقابل x کدام است؟	
بارم	۵۳	در دایره‌ی زیر به مرکز O که AB قطر آن است، مقدار x را حساب کنید.	
بارم	۵۴	آیا اندازه‌ی سه ضلع یک مثلث قائم‌الزاویه می‌تواند $۱/۶$ و $۱/۴$ و ۲ سانتی‌متر باشد؟	
بارم	۵۵	باتوجه به شکل زیر مقدار x چقدر است؟ (ب) اگر O وسط پاره‌خط AB باشد، اندازه‌ی AB چقدر است؟	
بارم	۵۶	با راه حل مشخص کنید که آیا ۱۶۷ اول است؟	
بارم	۵۷	در روش غربال وقتی مضرب‌های ۱۱ را خط می‌زنیم دومین عددی که خط می‌خورد چند است؟	
بارم	۵۸	حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.	الف) $۲\frac{۱}{۵} + ۱\frac{۱}{۲} - ۴$ ب) $(-\frac{۴}{۷}) \div [\frac{۱}{۳} - (-\frac{۴}{۵})]$ ج) $\frac{۲\frac{۲}{۳} - ۱\frac{۱}{۲}}{۳\frac{۱}{۴} + ۴\frac{۱}{۵}}$ د) $\frac{۲ - (-\frac{۱}{۳} \div (۲ - \frac{۱}{۳}))}{1 - \frac{1}{۲ + (-\frac{۱}{۵})}}$
بارم	۵۹	حمید و رضا دانش‌آموزان مدرسه شهدای هویزه روی هم ۵۲ درخت کاشته‌اند. اگر حمید ۱۲ درخت بیشتر کاشته باشد، هریک چند درخت کاشته‌اند؟	
بارم	۶۰	پدری ۴۵ ساله دارای دو فرزند ۱۵ و ۱۰ ساله است. پس از چند سال سن پدر با مجموع سن فرزندان برابر می‌شود؟	

پاسخنامه تشریحی

۱
صفر

۲
گویا

۳

$11 \times 11 = 121 \rightarrow 11 =$ کوچک ترین عدد اول دو رقمی

$$\underbrace{(4+1)}_5 \times \underbrace{(3+1)}_4 \times \underbrace{(2+1)}_3 = 60$$

تعداد شمارنده‌ها

۳ تا $\{3, 5, 7\}$: تعداد شمارنده‌های اول

۱ - تعداد شمارنده‌های اول - تعداد کل شمارنده‌ها: تعداد شمارنده‌های مرکب

$$60 - 3 - 1 = 56$$

۴

۴۱, ۴۳, ۴۷, ۵۳, ۵۹

۵

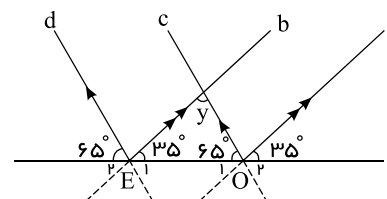
(۱) c مورب و $b \parallel a$

$$O_2 = x = 35^\circ$$

b مورب و $d \parallel c$

$$E_2 = O_1 = 65^\circ$$

براساس قوانین خطوط موازی و مورب داریم:



در مثلث به وجود آمده از تقاطع خط b و c داریم:

$$(2) \quad y + 65 + 35 = 180 \Rightarrow y = 180 - 100 = 80^\circ$$

پس: $(x, y) = (35, 80)$

۶

سه برابر عددی $3x$

$$3x - 4 = x \Rightarrow 3x - x = 4$$

۴ واحد کم کنیم $3x - 4$ ،

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

۷

همان‌طور که با دو برابر کردن اضلاع یک مربع مساحت آن ۴ برابر افزایش می‌یابد و محیط آن ۲ برابر، در مورد ۲ برابر کردن مختصات رئوس مربع نیز همین اتفاق می‌افتد. مساحت آن ۴ برابر افزایش می‌یابد و محیط آن ۲ برابر می‌شود. بعنوان مثال:

۸

واحد مربع $\rightarrow S_1 = 9$ ضلع = ۳

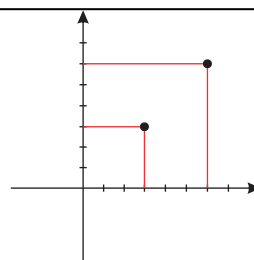
$$\Rightarrow \frac{S_r}{S_1} = \frac{36}{9} = 4$$

ضلع = ۶ $\rightarrow S_r = 36$

ضلع = ۳ $\rightarrow P_1 = 3 \times 4 = 12$

$$\Rightarrow \frac{P_r}{P_1} = \frac{24}{12} = 2$$

ضلع = ۶ $\rightarrow P_r = 6 \times 4 = 24$



الف)
$$\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ y \end{bmatrix}$$

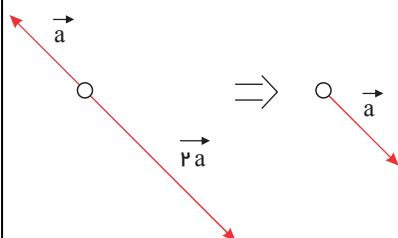
 $4 + x = 3 \rightarrow x = -4 + 3 = -1$
 $5 + (-5) = y \rightarrow y = 0$

$$\begin{bmatrix} x - 10 \\ 4 - y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ 3 \end{bmatrix}$$

ب) $x - 10 = -7$
 $x = +10 - 7 = 3$
 $4 - y = 3$
 $-y = -4 + 3 = -1 \rightarrow y = 1$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix}$$

پ) $+ \cancel{2} - \cancel{2} - 2 = -x - 4$
 $-2 = -x - 4 \rightarrow x = -4 + 2 = -2$
 $0 + 0 + (-y) = 3 - 3$
 $-y = 0 \rightarrow y = 0$

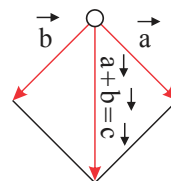


همانطور که از شکل ملاحظه می شود بردار $2a$ در جهت مخالف بردار a می باشد بنابراین برآیند بردار $2a$ و a ، بردار a در جهت بردار $2a$ خواهد بود. یعنی:

در ادامه بردار a که برآیند $2a$ و a است بایستی با بردار $2a$ در نظر گرفته شود.

$$\vec{a} + \vec{2a} + \vec{b} = (\vec{2a} + (-\vec{a})) + \vec{b}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$



الف)
$$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{4 \times 5}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{2 \times 4}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{20-8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{12} = \frac{1}{2^{12}} = 2^{-12}$$

ب)
$$\frac{2^{3 \times 4} \times 3^{6 \times 2}}{6^8} = \frac{2^{12} \times 3^{12}}{6^8} = \frac{6^{12}}{6^8} = 6^4$$

دور در دور نزدیک در نزدیک

$$\text{ج) } \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{1}} \div \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{16}} \rightarrow \frac{\sqrt{33} \times \sqrt{16}}{\sqrt{20} \times \sqrt{1}} = \sqrt{33+16-20-8} = \sqrt{21}$$

طول دسته = $\frac{12}{4} = 3$ دامنهی تغییرات = $20 - 8 = 12$

مرکز دسته × فراوانی	مرکز دسته	فراوانی	حدود دسته
۲۸٫۵	۹٫۵	۳	$8 \leq x < 11$
۱۲٫۵	۱۲٫۵	۱	$11 \leq x < 14$
۹۳٫۰	۱۵٫۵	۶	$14 \leq x < 17$
۱۸۵٫۰	۱۸٫۵	۱۰	$17 \leq x < 20$
۳۱۹	-	۲۰	مجموع

$$28,5 + 12,5 + 93 + 185 = 319 \quad 319 \div 20 = \boxed{15,95}$$

$$OA^2 = AM^2 + MO^2$$

$$OA^2 = 1^2 + 1^2$$

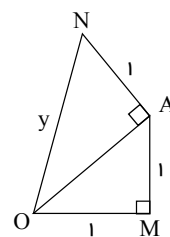
$$\Rightarrow OA^2 = 1 + 1 \Rightarrow OA^2 = 2$$

$$OA = \sqrt{2}$$

$$y^2 = AN^2 + OA^2$$

$$y^2 = 1^2 + \sqrt{2}^2$$

$$y^2 = 1 + 2 \Rightarrow y^2 = 3 \Rightarrow y = \sqrt{3}$$

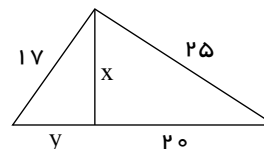


$$x^2 + 20^2 = 25^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 400 = 625 \Rightarrow x^2 = 225 \Rightarrow x = \sqrt{225} = 15$$

$$y^2 + x^2 = 17^2 \Rightarrow y^2 + 225 = 289$$

$$\Rightarrow y^2 = 289 - 225 = 64 \Rightarrow y = \sqrt{64} = 8$$



$$13\sqrt{35}, \boxed{\sqrt{81} = 9}, \boxed{4\frac{3}{y}}, \boxed{6,2}, \boxed{0}$$

در متوازی‌الاضلاع، اضلاع روبه‌رو هم با یکدیگر برابر هستند.

$$4a - 15 = 2a + 25 \Rightarrow 4a - 2a = 40 \Rightarrow 2a = 40 \Rightarrow a = 20$$

$$\overline{HF} = 4a + 7 = 4(20) + 7 = 80 + 7 = 87$$

$$5(3x - 1) + 4x = 15x - 5 + 4x = 19x - 5$$

$$a = -4\vec{i} + 8\vec{j} \quad b = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

دسته	فراوانی	مرکز دسته	فراوانی $\times$ مرکز دسته
$6 \leq x \leq 16$	10	11	110

$$\text{احتمال سبز بودن مهره} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{6} \div \left(-\left(\frac{3}{10}\right)^2\right) = \frac{-1}{6} \div \frac{-9}{100} = +\frac{1}{6} \times \frac{100}{9} = \frac{100}{54} = \frac{50}{27}$$

الف) 48 بر 16 بخش‌پذیر است.

ب) نسبت به هم اول هستند.

ج) 13 و 11 نسبت به هم اول هستند، پس $(13, 11) = 1$. 7 و 1 هم نسبت به هم اول هستند، پس $(1, 7) = 1$

د) 14 و 7 هم بخش‌پذیر هستند $\leftarrow$ ب م م $7 =$

7 و 13 نسبت به هم اول هستند $\leftarrow$ ک م م $7 \times 13 = 91 \Rightarrow$

ه) 5 و 7 نسبت به هم اولند. $(7, 5) = 1$

1 و 7 هم بخش‌پذیر هستند. $\leftarrow$ ک م م $7 =$

۱- در یک n ضلعی مجموع زوایای داخلی از رابطه‌ی $(n - 2) \times 180^\circ$ به دست می‌آید.

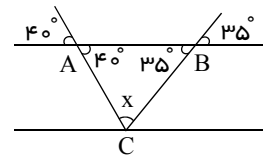
۲- مجموع زاویه‌های خارجی n ضلعی 360° است. بنابراین:

$$(n - 2) \times 180 = 4 \times 360 \Rightarrow n - 2 = 8 \rightarrow n = 10$$

در یک 10 ضلعی محدب مجموع زوایای داخلی چهار برابر مجموع زوایای خارجی است.

بنابر قوانین خطوط موازی و متقابل مسئله را حل می‌کنیم:

$$\begin{aligned}\hat{B}_1 = \hat{B}_r &= 35^\circ \text{ متقابل به رأس} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_r &= 40^\circ \text{ متقابل به رأس}\end{aligned}$$



۲۴

$$\text{در مثلث } ACB: 35^\circ + 40^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

ابتدا اعداد را ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned}3(2a - 3b + 1) &= \cancel{6a} - 9b + 3 \\ -2(3a - 2b + 2) &= \cancel{-6a} + 4b - 4 \\ \hline &= -5b - 1\end{aligned}$$

۲۵

با ساده کردن حاصل جذر داریم:

$$\begin{aligned}y &= 3\sqrt{3} \\ x &= 2\sqrt{3} \Rightarrow (x - y)^2 = (2\sqrt{3} - 3\sqrt{3})^2 = (-\sqrt{3})^2 = +3\end{aligned}$$

۲۶

$$\frac{2}{5}x = 8 \times 45 \rightarrow x = \frac{5 \times 8 \times 45}{2} = 5^2 \times 3^2 \times 2^2 \rightarrow x = 30^2$$

مربع: 30^4 مکعب: 30^6

۲۷

$$\sqrt{\frac{16+9}{144}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{144}} = \frac{5}{12} \xrightarrow{\text{مکس}} \frac{12}{5}$$

۲۸

باتوجه به این که پاره خط $\overline{MN}$ بر دایره در نقطه‌ی A مماس است. بنابراین در نقطه‌ی A با شعاع OA زاویه‌ی 90° ایجاد می‌کند.

$$\hat{Z} = 90 - 50 = 40 \quad \leftarrow \text{بنابراین:}$$

۲۹

باتوجه به این که پاره خط $\overline{TS}$ بر دایره مماس است و با شعاع OT در نقطه‌ی T زاویه‌ی 90° درجه ایجاد می‌کند. بنابراین مثلث قائم‌الزاویه است و با استفاده از رابطه‌ی فیثاغورس داریم:

۳۰

$$\overline{OT}^2 + \overline{TS}^2 = x^2 \Rightarrow 8^2 + 12^2 = x^2 \Rightarrow 64 + 144 = x^2 \Rightarrow x^2 = 208$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{208} = \sqrt{16 \times 13} = 4\sqrt{13} \text{ cm}$$

در شکل داده شده زاویه‌ی مرکزی $\hat{O} = 30^\circ$ است و کمان‌های $\widehat{AB}$ و $\widehat{XT}$ و $\widehat{RS}$ مقابل آن هستند و همگی باهم برابر و برابر 30° هستند البته طول‌های کمان‌ها باهم مساوی نخواهند بود.

۳۱

$$\hat{O} = \hat{RS} = \hat{XT} = \hat{AB} = 3^\circ$$

۳۲ وضع یک خط و دایره به فاصله‌ی مرکز دایره تا خط و شعاع دایره بستگی دارد.

۳۳ کمان‌های مساوی

۳۴ زاویه

۳۵ مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی محدب 360° است.
مجموع زوایای داخلی هر ۸ ضلعی $= (n - 2) \times 180 = (8 - 2) \times 180 = 6 \times 180 = 1080^\circ$

$$1080^\circ + 360^\circ = 1440^\circ$$

الف) $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{4}{3}}} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{\frac{3}{4}}} = 1 + \frac{1}{\frac{4}{3}} = 1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$

ب) $3 - \frac{2 - 2\frac{1}{3}}{-3 + 1\frac{2}{3}} = 3 - \frac{2 - \frac{7}{3}}{-3 + \frac{5}{3}} = 3 - \frac{\frac{5}{3}}{-\frac{4}{3}} = 3 - \frac{5}{-4} = 3 + \frac{5}{4} = \frac{17}{4}$

$$= 3 - \left(\frac{1}{3} \div \frac{4}{3} \right) = 3 - \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \right) = 3 - \frac{1}{4} = \frac{12}{4} - \frac{1}{4} = \frac{11}{4}$$

می‌دانیم مجموع زوایای خارجی 360° است.

۳۷ مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی $= (n - 2) \times 180 = \frac{5}{2} \times 180$

$$n - 2 = 5 \rightarrow \boxed{n = 7}$$

۷ ضلعی منتظم می‌باشد.

۳۸ $n^n =$ الگوی جبری $1, 4, 27, 256, \dots$

$$\begin{bmatrix} a+1 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ b-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a+1+2 \\ -2+b-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} a+3 = -8 \\ -5+b = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -11 \\ b = 9 \end{cases}$$

الف) درست

۴۰. ب) درست. عرض و طول بردار هر دو در کسر ضرب می شود. مانند:

$$\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

$$3^{a-2} \times 2^7, \quad 81 = 3^4$$

۴۱. پس عدد $3^{a-2} \times 2^7$ عامل ۳ نباید داشته باشد.

$$a - 2 = 0 \rightarrow a = 2$$

الف) ۲۵ در گروه مضارب ۵ اولین عددی است که خط می خورد. عدد بعدی در این گروه ۳۵ است.

$$\text{ب) } 100 \div 2 = 50$$

پس سی و چهارمین عدد نیز در دسته ی مضارب ۲ قرار می گیرد. که البته عدد ۱ را نیز باید جزء خط خورده ها حساب کرد.

$$\{4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50\}$$

$$52, 54, 56, 58, 60, 62, 64, 66, 68, 70\}$$



سی و چهارمین عدد

ب) ۵۱ امین عدد، اولین عدد در دسته ی مضارب ۳ یعنی $3 \times 3 = 9$ است.

$$x = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 100$$

۴۳. پس $x + 1$ بر هیچکدام از اعداد دو رقمی بخش پذیر نیستند چون x بر تمام آن ها بخش پذیر است.

بر چهار عدد اول $(7, 5, 3, 2)$

$$3^5 \times (5^2)^2 \times (2 \times 5 \times 7) = 2 \times 3^5 \times 5^5 \times 7$$

حاصل ضرب توان ها یکی بیشتر = تعداد کل مقسوم علیه ها

$$= (1+1) \times (5+1) \times (5+1) \times (1+1) = 2 \times 6 \times 6 \times 2 = 144$$

۱ - تعداد مقسوم علیه های اول - تعداد کل مقسوم علیه ها = تعداد مقسوم علیه های مرکب

$$= 144 - 4 - 1 = 139$$

$$\text{تعداد مقسوم علیه ها} \Rightarrow 2 \times 3^5 \times 5^5 \times 7$$

ابتدا عامل (عوامل) ۲ را حذف می کنیم و سپس با فرمول کل مقسوم علیه ها، تعداد مقسوم علیه های فرد را به دست می آوریم:

$$3^5 \times 5^5 \times 7 \Rightarrow \text{تعداد مقسوم علیه های فرد} : (5+1)(5+1)(1+1) = 6 \times 6 \times 2 = 72$$

$$\text{تعداد مقسوم علیه های زوج} = 144 - 72 = 72$$

۴۵. ابتدا مقدار $x + y$ را با جمع دو معادله ی داده شده بدست می آوریم:

$$\begin{aligned} 5x + 2y &= 18 \Rightarrow 7x + 7y = 28 \Rightarrow 7(x+y) = 28 \rightarrow x+y = 4 \Rightarrow (x+y)^2 = (4)^2 = 16 \\ 2x + 5y &= 10 \end{aligned}$$

$$(a - 3b - 1)^{r \circ \circ} = (-1)^{r \circ \circ} = 1 \quad \Leftarrow \quad \frac{a}{b} = 3 \Rightarrow a = 3b$$

کسر را طرفین وسطین می کنیم و ساده می نماییم.

$$\begin{aligned} \frac{2x^a + 3y^a}{3y^a - 2x^a} &= \frac{7}{3} \Rightarrow 21y^a - 14x^a = 6x^a + 9y^a \Rightarrow 21y^a - 9y^a = 6x^a + 14x^a \\ \Rightarrow 12y^a &= 20x^a \Rightarrow \frac{x^a}{y^a} &= \frac{12}{20} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

اتحاد چاق و لاغر $(x-y)(x^r + y^r + xy)$

$$\begin{cases} x-y=10 \\ x^r + y^r + xy = 16 \end{cases} \Rightarrow x^r - y^r = (x-y)(x^r + y^r + xy) = 10 \times 16 = 160$$

$$\left(\frac{\cancel{a^r} + b^r}{\cancel{ab}} \right) \left(\frac{ab}{(\cancel{a^r} + b^r)(a^r - b^r)} \right) = \frac{1}{a^r - b^r}$$

$$(a = -1, b = \frac{1}{2}) \Rightarrow A = \frac{1}{(-1)^r - (\frac{1}{2})^r} = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{(3-1)(3+1)+2}{-6(6-6)+3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

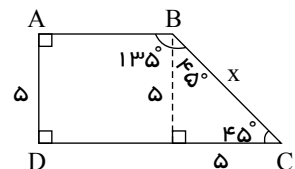
$$A = \frac{-3x+1}{3ax} = \frac{-3(3a^{-1})+1}{3a(3a^{-1})} = \frac{-9a^{-1}+1}{9} = \frac{-1}{a} + \frac{1}{9} = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$

روش دوم:

$$x = \frac{3}{a} = -1 \rightarrow A = \frac{-3 \times (-1) + 1}{3 \times (-3)(-1)} = \frac{4}{9}$$

$$x^r = 5^r + 5^r \Rightarrow x^r = 25 + 25 = 50$$

$$x = \sqrt{50}$$

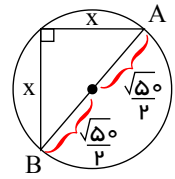


$$x^2 + x^2 = (\sqrt{50})^2$$

$$2x^2 = 50$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$



۵۳

باید رابطه‌ی فیثاغورس را بررسی کرد:

$$۱,۶^2 + ۱,۴^2 = ۲^2$$

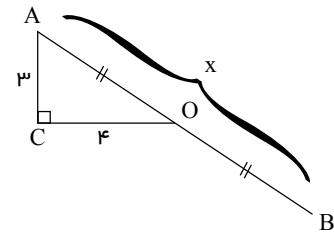
$$۲,۵۶ + ۱,۹۶ \neq ۴$$

پس این اندازه برای مثلث قائم‌الزاویه نیست.

۵۴

$$AO^2 = ۳^2 + ۴^2 = ۹ + ۱۶ = ۲۵$$

$$AO = ۵ \Rightarrow OB = ۵ \Rightarrow AB = ۵ + ۵ = ۱۰$$



۵۵

برای تشخیص اول بودن یا مرکب بودن هر عدد باید ابتدا جذر تقریبی آن را گرفته و این عدد را بر اعداد کوچکتر از مقدار جذر تقسیم کنیم. اگر حداقل به یکی از اعداد بخش پذیر بود مرکب است.

$$\sqrt{۱۶۷} \cong ۲$$

۱۶۷

۲

۱۶۷

۳

۱۶۷

۵

باقی مانده ۱

باقی مانده ۲

باقی مانده ۲

۱۶۷

۷

۱۶۷

۱۱

باقی مانده ۶

باقی مانده ۲

پس ۱۶۷ اول است.

۵۶

۱۴۳ = ۱۱ × ۱۳ — زیرا همه مضارب اول تا دوازدهم عدد ۱۱ قبلاً با مضارب ۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱ خط خورده اند و از آنجا که اولین عددی که با مضارب ۱۱ خط می خورد ۱۲۱ = ۱۱ × ۱۱ است پس دومین عدد ۱۴۳ = ۱۱ × ۱۳ است.

۵۷

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad -4 + 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{5} &= -4 + \frac{3(\times 5)}{2(\times 5)} + \frac{11(\times 2)}{5(\times 2)} \\ &= -\frac{4(\times 10)}{1(\times 10)} + \frac{15}{10} + \frac{22}{10} = \frac{-40 + 37}{10} = \frac{-3}{10} \end{aligned}$$

$$\text{ب)} \quad \left(-\frac{4}{7}\right) \div \left[\frac{1}{3} - \left(-\frac{4}{5}\right)\right] = -\frac{4}{7} \div \left[\frac{1}{3} + \frac{4}{5}\right] = -\frac{4}{7} \div \frac{17}{15} = -\frac{4}{7} \times \frac{15}{17} = -\frac{60}{119}$$

$$\begin{aligned} \text{ج)} \quad \frac{2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2}}{3\frac{1}{4} + 4\frac{1}{5}} &= \frac{\frac{8}{3} - \frac{3}{2}}{\frac{13}{4} + \frac{21}{5}} = \frac{\frac{16}{6} - \frac{9}{6}}{\frac{65}{20} + \frac{84}{20}} = \frac{\frac{7}{6}}{\frac{149}{20}} = \frac{7}{6} \div \frac{149}{20} = \frac{7}{6} \times \frac{20}{149} = \frac{70}{149} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{د)} \quad \frac{2 - \left(-\frac{1}{3} \div \frac{5}{3}\right)}{1 - \frac{1}{\frac{9}{5}}} &= \frac{2 - \left(-\frac{1}{3} \times \frac{3}{5}\right)}{1 - \frac{5}{9}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{4}{9}} = \frac{2}{5} \div \frac{4}{9} = \frac{2}{5} \times \frac{9}{4} = \frac{9}{10} \end{aligned}$$

۵۸

$$x + y = 52$$

تعداد درختان حمید را با x و تعداد درختان رضا را با y نمایش می دهیم:

عبارت اینکه حمید ۱۲ درخت بیش تر کاشته باشد یعنی $x = y + 12$ با قراردادن این عبارت در معادله بالا مقدار y را محاسبه می کنیم:

$$y + 12 + y = 52 \rightarrow 12 + 2y = 52 \rightarrow 2y = 52 - 12 \rightarrow y = 20$$

پس تعداد درختان رضا ۲۰ است.

$$x = y + 12 \rightarrow x = 20 + 12 \rightarrow x = 32 \quad \text{تعداد درختان حمید}$$

۵۹

سن فرزندان بعد از گذشت x سال : $45 + x = (10 + x) + (15 + x)$: سن پدر بعد از گذشت x سال

$$45 + x = 10 + x + 15 + x \rightarrow 45 - 25 = 2x - x \rightarrow x = 20$$

بعد از ۲۰ سال سن پدر با مجموع سن فرزندان برابر می شود.

۶۰