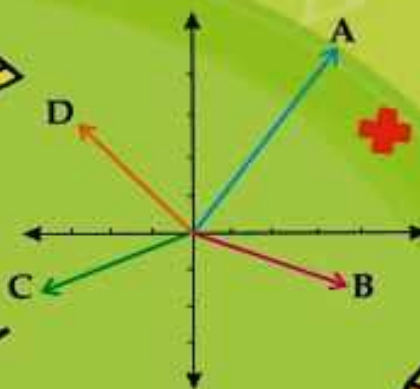


همراه با درسنامه



$$x^2 = x \cdot x$$



ریاضی هفتم

● نکات و توضیحات کتاب ریاضی

● پایه هفتم

● دوره اول متوسطه

فصل ۱: راهبردهای حل مساله

مدرسه تعطیل است ولی آموزش تعطیل نیست.

چگونه مسئله را حل کنیم؟

حل هر مسأله ۴ مرحله دارد . وقتی با مسأله ای مواجه می شوید این چهار مرحله را در ذهن خود مرور کنید.

اول: فهمیدن مسأله

دوم: انتخاب راهبرد (روش یا راه حل) مناسب

سوم: حل کردن مسأله

چهارم: بازگشت به عقب (در کتاب درسی (در دو صفحه پیش از شروع فصل اول) این مرحله ها توضیح داده شده است). عزیزان به یاد داشته باشید نیازی به حفظ کردن نام راهبردها نیست ، در برخی از مسأله ها می توان به چند روش حل نمود.

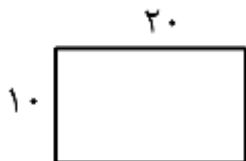
در اینجا ۸ راهبرد مرور می شود .



***راهبرد رسم شکل یکی از راهبردهای مناسب در پاسخ گویی به مسأله ها است:** حل کردن مسأله با کشیدن شکل یا نمودار و یا یک مدل ریاضی. گاهی اوقات همان شکل پاسخ مسئله است و برخی مواقع شکل مشخص کننده ی راه حل مسئله خواهد بود.

مثال ۱: یک استخر مستطیل شکل به طول ۲۰ متر و عرض ۱۰ متر است. اگر به فاصله یک متر از لبه استخر دور تا دور آن نرده بکشیم، چند متر نرده لازم داریم؟

پاسخ:



یک مستطیل دلخواه رسم می کنیم (نشان دهنده شکل استخر است)

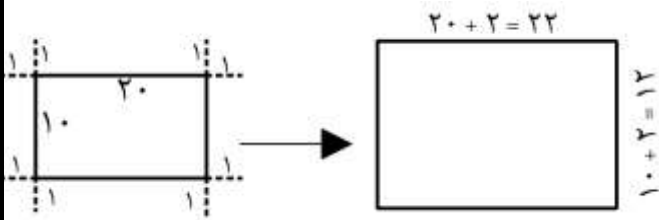
دور آن به فاصله ۱ متر از هرطرف یک خط می کشیم

یک مستطیل جدید رسم می شود (که نشان دهنده نرده ها است)

که طول آن $22 = 20 + 1 + 1$ و

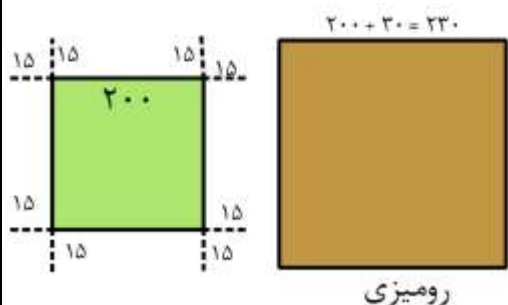
عرض آن $12 = 10 + 1 + 1$ است . محیط این مستطیل جدید

$68 = 12 + 22 + 12 + 22$ است . یعنی ۶۸ متر نرده لازم است.



مثال ۲: یک میز مربع شکل به مساحت ۴ متر مربع است. برای زیبایی بیشتر روی این میز یک رومیزی پهن شده که از هر طرف ۱۵ سانتی متر بیشتر از ضلع میز است. می‌خواهیم دور آن را با نوار لبه دوزی کنیم چند سانتی متر نوار برای لبه دوزی رومیزی لازم است؟

پاسخ:



ابتدا دقت کنیم اگر مساحت مربع ۴ متر مربع است بنابراین ضلع آن ۲ متر یا ۲۰۰ سانتی متر است.

به کمک رسم شکل طول ضلع رومیزی را محاسبه می‌کنیم. طبق شکل به هر طرف ۱۵ سانتی متر و در کل به هر ضلع ۳۰ سانتی متر اضافه می‌گردد. طول نوار مورد نیاز برای لبه دوزی رومیزی برابر است با محیط رومیزی

پس: $4 \times 230 = 920 \text{ cm}$

۹۲۰ سانتی متر نوار برای لبه دوزی این رومیزی مورد نیاز است.

مثال ۳: توپی از ارتفاع ۳۶۰ سانتی متری زمین رها می‌شود پس از زمین خوردن به اندازه ثلث ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید.

الف) مرتبه اول که زمین می‌خورد تا چه ارتفاعی بالا می‌آید؟

ب) از لحظه رها شدن تا دومین زمین خوردن چند سانتی متر حرکت کرده است؟

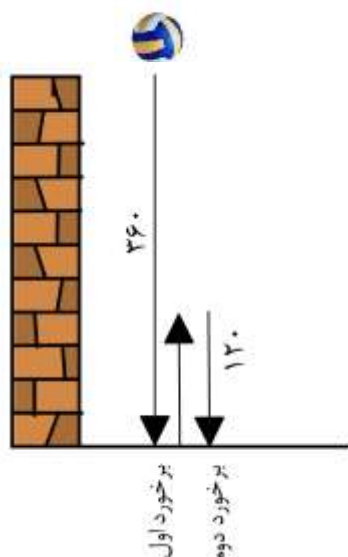
پاسخ:

الف) ارتفاع توپ از زمین ۳۶۰ سانتی متر است و ثلث آن یعنی $360 \div 3 = 120$ پس وقتی توپ برای اولین بار به زمین برخورد می‌کند ۱۲۰ سانتی متر بالا می‌رود.

ب) برای پاسخ به این قسمت شکل زیر را در نظر می‌گیریم. مرتبه اول که زمین می‌خورد ۱۲۰ سانتی متر بالا می‌آید و باز به سمت زمین می‌رود.

پس از لحظه ی رها شدن تا دومین برخوردش با زمین: $360 + 120 + 120 = 600$

۶۰۰ سانتیمتر حرکت کرده است



➤ با مرور مطالب برای یادگیری بیشتر سوالات صفحه ۲ کتاب را حل کنید.

***راهبرد الگو سازی (جدول نظام دار) : راهبرد دیگری است که به کمک آن پاسخ مسأله را می نویسیم، دسته**

بندی داده ها با یک نظم منطقی به طوری که تمام حالت های ممکن مسئله به دست آید. دقت داشته باشید که ممکن است نظم به کار رفته توسط شما با نظم و الگوی در نظر گرفته شده توسط دوستان در همان مساله متفاوت باشد.

مثال ۱: دو عدد طبیعی بنویسید که حاصل ضرب آنها ۲۰ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار باشد؟

پاسخ:



در یک جدول همه عددهای طبیعی که حاصل ضرب آنها ۲۰ باشد را می نویسیم:

عددهای اول جدول را به ترتیب از کوچک به بزرگ می نویسیم.

سپس یک ستون جدید به جدول اضافه می کنیم و حاصل جمع عددهای هر ردیف را می نویسیم:

عدد اول	عدد دوم	حاصل جمع
۱	۲۰	$۲۰+۱=۲۱$
۲	۱۰	$۱۰+۲=۱۲$
۴	۵	$۵+۴=۹$



با مقایسه ی پاسخ ها مشاهده می کنیم که کمترین حاصل جمع ، عدد ۹ است. بنابراین اعداد مورد نظر ۴ و ۵ هستند.

مثال ۲: تعداد زیادی اسکناس ۱۰۰۰ و ۲۰۰۰ تومانی داریم، به چند روش می توان با آنها مبلغ ۱۰۰۰۰ تومان خرید کرد؟

پاسخ:

در یک جدول می توان حالت هایی را نوشت که جمع اسکناسهای ۱۰۰۰ و ۲۰۰۰ تومانی ۱۰۰۰۰ تومان شود :

حالت	اسکناس ۲۰۰۰	اسکناس ۱۰۰۰
۱	۵	۰
۲	۴	۲
۳	۳	۴
۴	۲	۶
۵	۱	۸
۶	۰	۱۰



((پنج اسکناس ۲۰۰۰)) یا ((۴ اسکناس دوهزاری و ۲ اسکناس هزاری)) یا ((سه اسکناس ۲۰۰۰ و چهار اسکناس ۱۰۰۰)) یا ((۲ اسکناس دوهزاری و ۶ اسکناس هزاری)) یا ((یک اسکناس ۲۰۰۰ و هشت اسکناس ۱۰۰۰)) یا ((۱۰ اسکناس هزاری))

یعنی به ۶ حالت می توان مبلغ ۱۰۰۰۰ تومان را با اسکناسهای ۱۰۰۰ و ۲۰۰۰ تومانی پرداخت کرد.

***راهبرد حذف حالت های نامطلوب :** ابتدا با راهبرد الگوسازی تمام حالتها را می نویسیم سپس با توجه به شرایط مسئله به حذف حالت های نادرست می پردازیم. کم کم به پاسخ صحیح نزدیک می شویم و در پایان تنها حالت ممکن به دست می آید.

مثال ۱: حاصل ضرب سن سه نفر ۵۰ و مجموع آنها ۱۲ است. آن سه عدد را بنویسید.

پاسخ:

به کمک جدول نظام دار همه عددهایی را می نویسیم که حاصل ضرب ۵۰ داشته باشند:

بررسی جمع	نفر سوم	نفر دوم	نفر اول
$1+1+50=52$ ❌	۵۰	۱	۱
$1+2+25=28$ ❌	۲۵	۲	۱
$1+5+10=16$ ❌	۱۰	۵	۱
$2+5+5=12$ ✅	۵	۵	۲

دقت کنیم نیازی به نوشتن حالت های تکراری نیست. بنابراین این سه نفر ۲ و ۵ و ۵ ساله هستند.



مثال ۲: کوچکترین عدد طبیعی ۳ رقمی که بر ۱۵ بخش پذیر باشد را بنویسید؟

پاسخ:

به ترتیب عددها را می نویسیم ۱۰۰ و ۱۰۱ و ۱۰۲ و ۱۰۳ و ۱۰۴ و ۱۰۵ با بررسی بخش پذیری چهار عدد اول بر ۱۵ بخش پذیر نیستند و ۱۰۵ کوچکترین عدد سه رقمی است که بر ۱۵ بخش پذیر است.

مثال ۳: دوست شما یک عدد حسابی کمتر از ۱۰۰ در نظر گرفته است. شما باید با طرح چند سوال عدد مورد نظر را پیدا کنید و او فقط می تواند در پاسخ به سوالات شما از بله یا خیر استفاده کند. کدام یک از سوالات زیر مناسب تر است؟

- (الف) آیا عدد مورد نظر ۲۷ است؟
 (ب) آیا عدد مورد نظر یک رقمی است؟
 (ج) آیا عدد مورد نظر زوج است؟
 (د) آیا عدد مورد نظر از ۵۰ بزرگتر است؟

پاسخ:

- (الف) پرسش مناسبی نیست زیرا در صورتی که جواب خیر باشد فقط عدد ۲۷ را از بین اعداد مورد نظر حذف کرده ایم.
 (ب) پرسش مناسبی نیست چون اگر پاسخ خیر باشد ۹۰ عدد باقی می ماند و فقط توانسته ایم ۱۰ عدد را حذف کنیم.
 (ج) پرسش مناسبی است زیرا در هر دو حالت پاسخ بله یا خیر نصف اعداد حذف می شوند.
 (د) پرسش مناسبی است زیرا در هر دو حالت پاسخ بله یا خیر نصف اعداد حذف می شوند.

➤ با مرور مطالب برای یادگیری بیشتر سوالات صفحه ۴ کتاب را حل کنید.

***راهبرد حدس و آزمایش:** حل کردن مساله از طریق حدس جواب و آزمایش آن در شرایط مسئله و تصحیح حدس ها با دلایل منطقی برای رسیدن به جواب صحیح. باید در بررسی حدس ها و استفاده از نتایج حاصله در انتخاب حدس بعدی بسیار دقت کرد.

مثال ۱: در یک میدان سوارکاری ۲۰ اسب و سوارکار وجود دارد اگر تعداد ۵۶ پا وجود داشته باشد، چند اسب و چند سوارکار حضور دارند؟

پاسخ:

حدس اول: ۱۰ اسب (۴۰ پا) و ۱۰ سوارکار (۲۰ پا). یعنی $40 + 20 = 60$. پا وجود دارد که متوجه می شوم حدس من نادرست است و چون جواب از ۵۶ بیشتر است پس باید تعداد اسب ها کمتر باشد.

حدس دوم: ۹ اسب (۳۶ پا) و ۱۱ سوارکار (۲۲ پا). یعنی $36 + 22 = 58$. پا که نادرست است و باز هم جواب بیشتر از ۵۶ است. پس مجدداً تعداد اسب ها را کمتر می کنیم

حدس سوم: ۸ اسب (۳۲ پا) و ۱۲ سوارکار (۲۴ پا) باشند یعنی $32 + 24 = 56$ که پاسخ درست است.

در هر مرحله جمع عددهای حدس باید ۲۰ باشد، مثلاً مرحله دوم $9 + 11 = 20$ یا مرحله سوم $8 + 12 = 20$

می توان در یک جدول حدس ها را نوشت و بررسی نمود:

آزمایش و بررسی حدس	تعداد اسب	تعداد سوار کار
نادرست $40 + 20 = 60$	۱۰	۱۰
نادرست $36 + 22 = 58$	۹	۱۱
درست $32 + 24 = 56$	۸	۱۲



مثال ۲: دو زاویه مکمل هستند اگر زاویه بزرگتر از سه برابر زاویه کوچکتر به اندازه ۴ درجه بزرگتر باشد، اندازه هر زاویه را بنویسید.

پاسخ:

دو زاویه مکمل هستند یعنی جمع دو زاویه ۱۸۰ درجه است. زاویه بزرگتر از سه برابر زاویه کوچکتر به اندازه ۴ درجه بزرگتر است یعنی اگر زاویه کوچکتر مثلاً ۳۰ درجه باشد زاویه بزرگتر $3 \times 30 + 4 = 94$ درجه است. جدولی برای بررسی حدس ها تشکیل می دهیم.

جمع دو زاویه و بررسی	زاویه بزرگتر	زاویه کوچکتر
نادرست $30 + 94 = 124$	۹۴	۳۰
نادرست $40 + 124 = 164$	۱۲۴	۴۰
نادرست $50 + 154 = 204$	۱۵۴	۵۰
درست $44 + 136 = 180$	۱۳۶	۴۴

حدس ۴۰ کوچکتر از ۱۸۰ شد و ۵۰ بزرگتر از ۱۸۰ پس حدس بعدی عددی بین ۴۰ و ۵۰ انتخاب شد. با بررسی حدس ۴۴ و ۱۳۶ به پاسخ مسئله می رسیم.

➤ با مرور مطالب برای یادگیری بیشتر سوالات صفحه ۵ کتاب را حل کنید.

*** راهبرد زیرمسئله** یعنی مرحله به مرحله جلو برویم تا در پایان به جواب برسیم. تبدیل یک مسئله ی پیچیده به چند مسئله ی کوچک و ساده تر. به طوری که با حل مسئله های کوچک و تقسیم شده ، مسئله ی اصلی حل شود.

مثال ۱: سارا هر روز ۱۷ صفحه از کتابی را می خواند. پس از یک هفته نصف کتاب را خوانده است. کل کتاب چند صفحه است؟

پاسخ: زیر مسأله ها را می نویسیم و پاسخ می دهیم:

مسئله ی اول: سارا در یک هفته چند صفحه مطالعه کرده است؟ $7 \times 17 = 119$

مسئله ی دوم: نصف چه عددی ۱۱۹ می باشد؟ $2 \times 119 = 238$



مثال ۲: آرش با ۱۰۰۰۰ تومان ۵ خودکار ۱۳۰۰ تومانی خرید. او می خواهد با بقیه پول خود مداد ۸۰۰ تومانی بخرد.

آرش حداکثر چند مداد می تواند بخرد؟ چقدر پول برایش باقی می ماند؟

پاسخ: زیرمساله های زیر را تشکیل می دهیم:

مسئله ی اول: برای خرید ۵ خودکار چقدر باید پرداخت کرد؟ $5 \times 1300 = 6500$

مسئله ی دوم: چقدر از پولش باقی مانده است؟ $10000 - 6500 = 3500$

مسئله ی سوم: چند مداد می تواند بخرد؟ برای پیدا کردن تعداد مدادها تقسیم زیر را

انجام می دهیم.

۳۵۰۰	۸۰۰
-۳۲۰۰	۴
۳۰۰	

حداکثر ۴ مداد می تواند بخرد و با خرید این ۴ مداد ۳۰۰ تومان برایش باقی می ماند.

مثال ۳: میوه فروشی امروز ۴۰ کیلو سیب به قیمت هر کیلوگرم ۲۵۰۰ تومان و ۸۰ کیلو پرتقال به قیمت هر کیلوگرم

۱۵۰۰ تومان خرید. او هر کیلوگرم سیب را ۳۰۰۰ تومان و هر کیلوگرم پرتقال را ۲۰۰۰ تومان فروخت. این میوه فروش از

این کار چقدر سود برده است؟

پاسخ: زیرمساله های زیر را تشکیل می دهیم:

مسئله ی اول: سود فروش هر کیلوگرم سیب و هرکیلوگرم پرتقال چقدر است؟

سود پرتقال : $2000 - 1500 = 500$ سود سیب : $3000 - 2500 = 500$

مسئله ی دوم: سود فروش ۴۰ کیلوگرم سیب و ۸۰ کیلوگرم پرتقال چقدر است؟

کل سود پرتقال ها : $80 \times 500 = 40000$ کل سود سیب ها : $40 \times 500 = 20000$

مسئله ی سوم: کل سود حاصل از فروش سیب و پرتقال:

تومان $20000 + 40000 = 60000$

➤ با مرور مطالب برای یادگیری بیشتر سوالات صفحه ۷ کتاب را حل کنید.

***راهبرد حل مسئله ساده تر و مرتبط با مساله ی اصلی: یعنی ساده کردن مسئله یا در نظر گرفتن حالت خاص و ساده تر مسئله و حل آن به کمک یک الگویابی ، مسئله ی ساده را تعمیم داده تا مسئله ی اصلی حل شود.**

مثال ۱: قد یک بسکتبالیست ۱/۹۷ متر است و طول بدن یک مورچه ۴۹ میلی متر است. قد بسکتبالیست تقریباً چند برابر مورچه است؟



پاسخ:

قد بسکتبالیست تقریباً دو متر یا ۲۰۰ سانتی متر و طول بدن مورچه تقریباً ۵ سانتی متر است
پس: (تقریباً ۴۰ برابر است) $200 \div 5 = 40$

مثال ۲: حاصل عبارت $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{256}$ را بنویسید.

پاسخ: ابتدا نمونه های ساده تر را حل میکنیم:

جمع دو کسر اول : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ جمع سه کسر اول : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

با مقایسه این دو نمونه این الگو مشاهده می شود که حاصل عبارت کسری است که مخرج آن بزرگترین عدد مخرج و

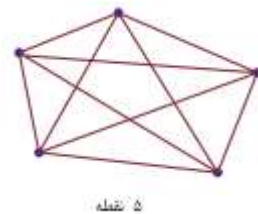
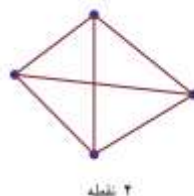
صورت یک واحد از مخرج کوچکتر است. پس حاصل عبارت می شود : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{256} = \frac{255}{256}$

مثال ۳: اگر ۱۰ نقطه که هیچ سه نقطه آنها روی یک خط نیستند، دو به دو به هم وصل کنیم چند پاره خط داریم؟

پاسخ: مساله را برای تعداد نقاط کمتر حل می کنیم تا الگویی برای تعداد بیشتر به دست بیاید.

تعداد پاره خط ها را مشخص میکنیم سپس به کمک الگو پاسخ را می نویسیم:

تعداد پاره خط	تعداد نقطه
۳	۳
۶	۴
۱۰	۵



با دقت به تعداد نقطه ها و پاره خط ها به الگوی زیر می رسمیم :

سه نقطه : $3 = \frac{3 \times 2}{2}$ چهار نقطه : $6 = \frac{4 \times 3}{2}$ پنج نقطه : $10 = \frac{5 \times 4}{2}$

با توجه به الگوی مشاهده شده برای ۱۰ نقطه باید حاصل کسر $\frac{10 \times 9}{2}$ محاسبه گردد : $\frac{10 \times 9}{2} = 45$

➤ با مرور مطالب برای یادگیری بیشتر سوالات صفحه ۸ کتاب را حل کنید.

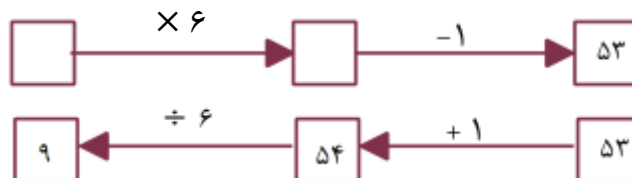
***راهبرد روش های نمادین :** یعنی به کاربردن نماد به جای آن چه در مسئله مجهول است. (در واقع نوشتن معادله یک نوع استفاده از راهبرد روش نمادین است)

مثال ۱: عددی را ۶ برابر و یک واحد از آن کم کردیم، حاصل ۵۳ شد. عدد چیست؟

پاسخ:

اگر $\bigcirc$ عدد جواب باشد بنابراین $۵۳ = \bigcirc - ۱$ $۶ \times$

برای پیدا کردن جواب می توان از راه حدس و بررسی آن به پاسخ ۹ رسید و یا برعکس نمودار زیر را کامل کرد:



مثال ۲: حاصل جمع سه عدد متوالی ۲۷ می باشد. عدد کوچکتر را بنویسید.

پاسخ: عدد کوچکتر را $\triangle$ عدد وسط $\triangle + ۱$ عدد بزرگتر $\triangle + ۲$ در نظر می گیریم.

مسأله به صورت زیر نوشته می شود:

$$۲۷ = ۲ + \triangle + \triangle + ۱ + \triangle$$

که پاسخ ۸ می باشد.

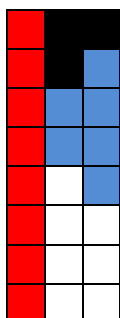
برای مرور راهبردهای بالا به حل تمرینات زیر می پردازیم:

۱) پارسا $\frac{۱}{۳}$ از ساعت های هر شبانه روز را می خوابد. $\frac{۱}{۸}$ را مطالعه می کند و $\frac{۱}{۴}$ از ساعت ها را در مدرسه می گذراند. چند ساعت برای سایر فعالیت های او باقی می ماند؟

پاسخ: راهبرد رسم شکل

یک شبانه روز ۲۴ ساعت است. شکل را به ۲۴ قسمت مساوی تقسیم و کسرهای $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۸}$ و $\frac{۱}{۴}$ را روی آن نمایش می دهیم. قسمت های رنگ نشده ساعات باقی مانده برای سایر فعالیت ها هستند.

پس در یک شبانه روز **۸ ساعت** برای خواب، ۳ ساعت برای مطالعه، **۶ ساعت** در مدرسه و باقی مانده ی آن ۷ ساعت است که برای سایر فعالیتها وقت صرف می شود.



۲) دو عدد طبیعی بنویسید که مجموع آنها ۱۱ و حاصل ضرب آنها بیشترین مقدار باشد؟

پاسخ: راهبرد الگوسازی (جدول نظام دار)

با تشکیل جدول نظام دار و نوشتن تمامی حالات و بررسی ضرب به پاسخ **۵ و ۶** می رسیم.

عدد اول	عدد دوم	بررسی ضرب
۱	۱۰	$۱۰ \times ۱ = ۱۰$
۲	۹	$۲ \times ۹ = ۱۸$
۳	۸	$۳ \times ۸ = ۲۴$
۴	۷	$۴ \times ۷ = ۲۸$
۵	۶	$۵ \times ۶ = ۳۰$

(۳) با رقم های ۴ و ۵ و ۸ چند عدد سه رقمی (بدون تکرار ارقام) می توان نوشت که بر ۶ بخش پذیر باشد؟
پاسخ: عددی بر ۶ بخش پذیر است که یکان آن زوج و مجموع ارقامش بر ۳ بخش پذیر باشد. پس باید از بین اعداد بالا

عدد	یکان	دهگان	صدگان	حالت
۵۰۴	۴	۰	۵	۱
۵۴۰	۰	۴	۵	۲
۴۵۰	۰	۵	۴	۳
۸۰۴	۴	۰	۸	۴
۸۴۰	۰	۴	۸	۵
۴۰۸	۸	۰	۴	۶
۴۸۰	۰	۸	۴	۷

۳ عدد طوری انتخاب شود که مجموع آن ها بر سه بخش پذیر و حداقل یکی از این سه عدد زوج باشد تا در یکان قرار داده شود.

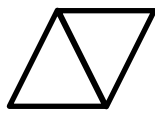
جمع ۴ و ۰ و ۸ و جمع ۵ و ۰ و ۴ بر سه بخش پذیر است بنابراین با این سه عدد تمامی اعداد زوج سه رقمی را می سازیم. تعداد این اعداد ۷ تاست.

(۴) شکل دهم با چند پاره خط کوچک ساخته می شود؟

پاسخ: راهبرد الگویابی



شکل ۱



شکل ۲



شکل ۳

ابتدا در یک جدول شماره شکل و تعداد پاره خط های کوچک

را می نویسیم:

شماره شکل	شکل ۱	شکل ۲	شکل ۳	...	شکل دهم
تعداد پاره خط کوچک	۳	۵	۷		۲۱
	۲+۱	۴+۱	۶+۱		۲×۱۰+۱

طبق جدول رابطه ی بین شماره شکل و تعداد پاره خطها برابر است با: **۱+ شماره شکل × ۲ = تعداد پاره خط ها**

$$1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \dots \times 1\frac{1}{100} =$$

(۵) حاصل عبارت روبه رو را پیدا کنید.

پاسخ: راهبرد حل مساله ی ساده تر

مساله را برای تعداد اعداد کمتر حل می کنیم تا الگویی برای مساله در حالت کلی پیدا کنیم.

$$1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{2} = 2 \text{ (الف)}$$

$$1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{2} \text{ (ب)}$$

$$1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{5} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{6}{2} = 3 \text{ (ج)}$$

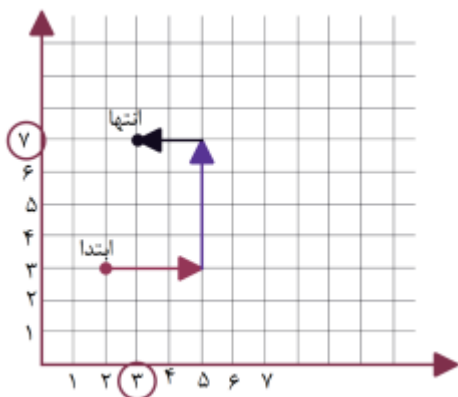
با مشاهده ی پاسخ ها و ساده شدن تمامی صورت و مخرج ها به جز مخرج کسر اول و صورت کسر آخر برای مساله در

حالت کلی پاسخ زیر را داریم:

$$1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \dots \times 1\frac{1}{100} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{100}{99} \times \frac{101}{100} = \frac{101}{2}$$



۶) سارا یک بازی روی صفحه شطرنج انجام می دهد. مهره ی او روی خانه ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ است. او ابتدا مهره اش را ۳ خانه به سمت راست ، سپس ۴ خانه به سمت بالا و در انتها ۲ خانه به سمت چپ آورد. در حال حاضر مهره ی سارا روی کدام خانه قرار دارد؟



پاسخ: راهبرد رسم شکل

یک صفحه ی مختصات ترسیم و حرکت مهره را با بردار نشان می دهیم:

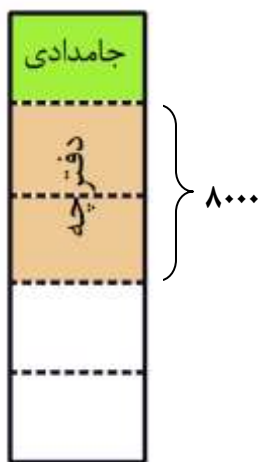
مختصات نقطه ی انتها برابر است با $\begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$

۷) سارا با $\frac{1}{5}$ پولش یک جامدادی و با نصف بقیه ی پولش یک دفترچه ی ۸۰۰۰ تومانی خرید.

الف) قیمت جامدادی چقدر است؟

ب) کل پول سارا چقدر است؟

پاسخ: راهبرد رسم شکل



ابتدا یک مستطیل به عنوان کل پول در نظر می گیریم. شکل را به پنج قسمت مساوی تقسیم

و یک قسمت آن را قیمت جامدادی در نظر می گیریم. سپس نصف چهارتکه ی

باقی مانده (یعنی دو قسمت) هزینه ی دفترچه ی ۸۰۰۰ تومانی است. پس هر قسمت

کوچک نشان دهنده ی ۴۰۰۰ تومان است بنابراین:

الف) قیمت جامدادی ۴۰۰۰ تومان است.

ب) کل پول سارا برابر است با: تومان $5 \times 4000 = 20000$

$$8) \text{ حاصل عبارت مقابل را به دست آورید. } \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100} \right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{99}{100} \right) =$$

پاسخ: راهبرد الگویابی

توجه کنیم بین دو پرانتز عمل جمع وجود دارد و عمل جمع جابه جایی پذیر است پس با جابه جا کردن کسرهایی که مخرج مساوی دارند الگوی زیر به دست می آید:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100} \right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{99}{100} \right) =$$

مثال: $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4} = 1$

جمع هر جفت از این کسر ها ۱ واحد کامل است. و تعداد این اعداد ۹۹ تا است پس حاصل برابر است با:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100} \right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{99}{100} \right) = \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{99 \text{ تا}} = 99 \times 1 = 99$$

۹) رقم یکان عدد $9 \times 9 \times 9 \times \dots \times 9$ را به دست آورید.

تا ۱۷

پاسخ: راهبرد الگویابی : به الگوی یکان حاصل ضرب های مقابل توجه کنید.

با توجه به الگوی یکان حاصل ضربها برای تعداد زوج رقم یکان حاصل ضرب ۱ و برای تعداد فرد یکان حاصل ضرب ۹ است. تعداد ۹ های مسئله ۱۷ تا و عددی فرد است بنابراین یکان حاصل عدد ۹ است.

$$9 \times 9 = 81$$

$$9 \times 9 \times 9 = 729$$

$$9 \times 9 \times 9 \times 9 = 6561$$

$$9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 59049$$

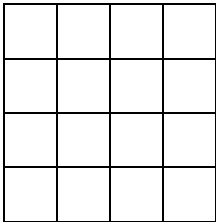
۱۰) اگر از ۴ برابر عددی ۹ تا کم کنیم ، خود آن عدد به دست می آید. آن عدد را مشخص کنید.

پاسخ: راهبرد نمادین: به دنبال عددی هستیم که با قرار دادن آن در $\square$ تساوی برقرار گردد.

$$4 \times \square - 9 = \square$$

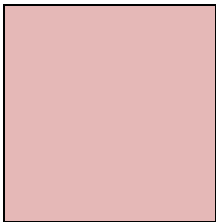
حدس اول: $5 \neq 4 \times 5 - 9$ (حدس ۵ اشتباه است و سمت چپ بزرگتر از سمت راست تساوی است پس باید عددی کمتر حدس بزنیم).

$$\checkmark \quad 4 \times 3 - 9 = 3 \quad \text{حدس دوم:}$$

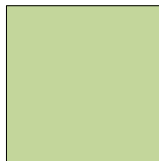


۱۱) در شکل مقابل چند مربع وجود دارد؟

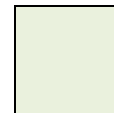
پاسخ: راهبرد الگوسازی: برای شمارش همه ی مربع های شکل آن ها را از نظر اندازه دسته بندی می کنیم.



د) ۱ مربع



ج) ۴ مربع

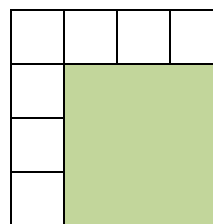
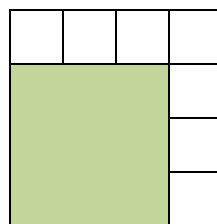
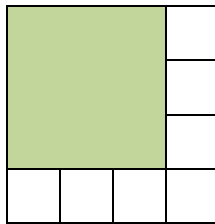
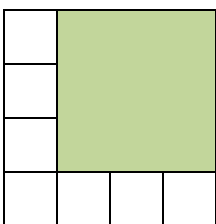


ب) ۹ مربع



الف) ۱۶ مربع

به طور مثال، تمام مربع های قسمت ج به صورت زیر شمارش می شوند:



پس به طور کلی در شکل : $1 + 4 + 9 + 16 = 30$ مربع وجود دارد. این الگو برای مربعی به ضلع ۴ واحد است.

می توان الگو را به هر مربع به ضلع n تعمیم داد :

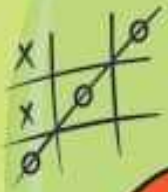
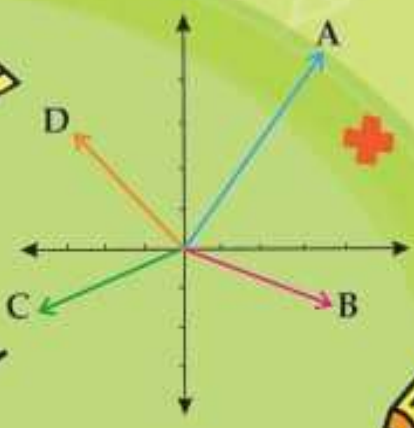
$$1 + 4 + 9 + 16 + \dots + (n \times n) \quad \text{تعداد کل مربع های موجود برابر است با :}$$

با مرور مطالب و مثالها و تمرینات حل شده، برای یادگیری بیشتر سوالات صفحه ۱۲-۹ کتاب را حل کنید.

همراه با درسنامه



$$x^2 = x \cdot x$$



ریاضی هفتم

- نکات و توضیحات کتاب ریاضی
- پایه هفتم
- دوره اول متوسطه

فصل ۲: اعداد صحیح

مدرسه تعطیل است ولی آموزش تعطیل نیست.

به نام خدا



درسنامه ،، مثال های کاربردی و حل چند تمرین از فصل دوم ریاضی پایه هفتم (حیدری)

یادآوری:

در سال های گذشته با اعداد طبیعی ، حسابی و اعداد صحیح آشنا شده اید.

اعداد طبیعی : ... و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ که برای شمارش به کار می روند .

اعداد حسابی : ... و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰

اعداد صحیح : که به سه دسته تقسیم می شوند اعداد صحیح مثبت ، صفر و اعداد منفی .

... و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ و -۱ و -۲ و -۳ و -۴ و -۵ و ...

مثال: کدام یک از اعداد زیر صحیح می باشد؟

$$\frac{-3}{9} \text{ (د)}$$

صفر (ج)

$$-\frac{2}{3} \text{ (ب)}$$

$$\frac{3}{9} \text{ (الف)}$$



محور اعداد صحیح:

اگر اعداد صحیح را روی محور نشان دهیم به آن ، محور اعداد صحیح می گویند.



نه مثبت است نه منفی ، بلکه مبدأ است

باید بدانیم که:

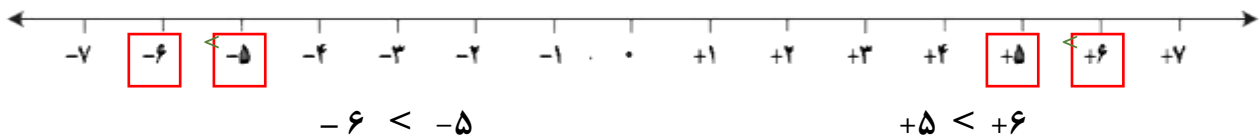
- ❖ هر عدد صحیح مثبت از صفر بزرگ تر است. مانند: $+1 > 0$
- ❖ هر عدد صحیح منفی از صفر کوچک تر است. مانند: $-1000 < 0$
- ❖ هر عدد صحیح مثبت از هر عدد صحیح منفی بزرگ تر است. مانند: $+1 > -1000$
- ❖ نامنفی یعنی صفر و اعداد مثبت. ... , ۱, ۲, ۳, ۰

❖ نامثبت یعنی صفر و اعداد منفی $۰, -۱, -۲, -۳, \dots$

❖ بر روی محور اعداد صحیح هرچه به سمت راست پیش برویم اعداد بزرگ تر می شوند و هرچه به سمت چپ پیش برویم اعداد کوچک تر می شوند.



❖ بر روی محور اعداد صحیح همیشه عددی که سمت راست قرار می گیرد بزرگ تر است.



❖ در نوشتن اعداد مثبت می توان علامت + را حذف کرد یعنی اعداد طبیعی (بدون علامت) همان اعداد مثبت هستند. مانند: $۱۰ = +۱۰$

❖ عدد صفر نه مثبت است نه منفی.

مثال ۱: کوچک ترین عدد صحیح بزرگ تر از ۹- چیست؟

حل: ابتدا اعداد بزرگ تر از ۹- را می نویسیم $\dots, -۶, -۷, -۸$ که در بین این اعداد ، عدد ۸- از بقیه کوچک تر است.

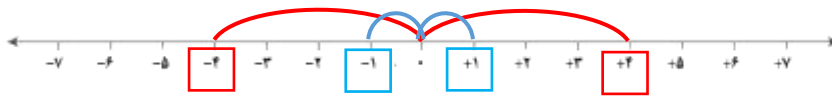
مثال ۲: بزرگ ترین عدد صحیح کوچک تر از ۴- چیست؟

حل: ابتدا اعداد کوچک تر از ۴- را می نویسیم $\dots, -۷, -۶, -۵$ که در بین این اعداد ، عدد ۵- از بقیه بزرگ تر است.



قرینه یک عدد صحیح:

با توجه به محور عدد های صحیح می بینیم که در مقابل هر عدد صحیح مثبت یک عدد صحیح منفی قرار دارد به طوری که فاصله این دو عدد تا مبدأ با هم برابر است.



به این اعداد که فاصله آن ها تا مبدأ برابر اما در جهت مخالف یکدیگر قرار دارند دو عدد قرینه می گویند. برای نمایش قرینه هر عدد از نماد (-) در سمت چپ عدد استفاده می کنیم.

مانند: $-(+4) = -4$ $-(-1) = +1$ نماد قرینه

❖ هر گاه علامت عددی را تغییر دهیم قرینه آن عدد به دست می آید. مانند:

$+10 \xrightarrow{\text{قرینه}} -10$ $-7 \xrightarrow{\text{قرینه}} +7$

❖ قرینه عدد صفر خودش می باشد.

❖ قرینه قرینه هر عدد برابر با خودش است. $+10 \xrightarrow{\text{قرینه}} -10 \xrightarrow{\text{قرینه}} +10$

❖ هرگاه تعداد قرینه کردن ها فرد باشد عدد قرینه می شود. مانند:

$$-(-(-(...(-(-5))...))) = +5$$

۳۷ بار

❖ هرگاه تعداد قرینه کردن ها زوج باشد عدد تغییر نمی کند. مانند:

$$-(-(-(...(-(-11))...))) = -11$$

۴۲ بار

مثال: قرینه اعداد -13 , 27 , $+9$ را بدست آورید.

حل: $-(-13) = +13$ $-(27) = -27$ $-(+9) = -9$ نماد قرینه

مثال: قرینه ی یک عدد صحیح ، از خودش بزرگ تر است. در این صورت این عدد حتما :

الف) صفر است ب) مثبت است ج) منفی است د) بدون علامت است

حرکت بر روی محور اعداد صحیح:

با جابه جایی از یک نقطه روی محور اعداد صحیح به نقطه ایی دیگر یک حرکت انجام می شود برای هر حرکت روی محور عدد های صحیح می توان یک عدد علامت دار تعیین کرد به این صورت که:

جهت حرکت ، علامت را مشخص می کند. (حرکت به سمت راست علامت + و حرکت به سمت چپ با علامت - مشخص می شود)

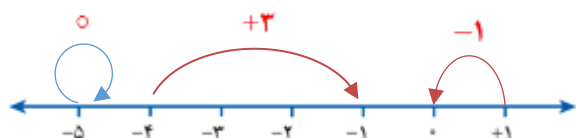
طول حرکت عدد را مشخص می کند. (با شمارش واحدهای محور طول و اندازه حرکت مشخص می شود).



۳ تا در جهت مثبت ها حرکت کرده

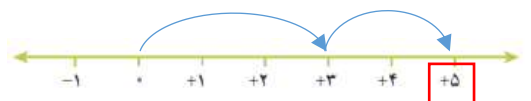
اگر بر روی محور اعداد صحیح ابتدا و انتهای حرکت هردو روی یک عدد صحیح باشد آن حرکت را با عدد صفر نمایش می دهند.

مثال: برای هر حرکت روی محور یک عدد صحیح بنویسید.

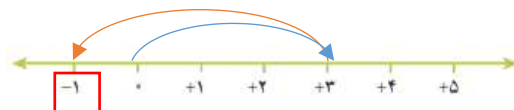


اگر دو یا چند حرکت روی محور پشت سرهم انجام شود می توان با آن ها یک جمع نوشت

مثال: متناظر با هر محور یک جمع بنویسید.



$$(+3) + (+2) = (+5)$$



$$(+3) + (-4) = (-1)$$

حل:



جمع اعداد صحیح:

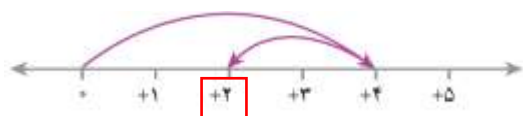
برای جمع اعداد صحیح از روش های زیر استفاده می کنیم

الف) محور اعداد صحیح ، ب) دایره توپر و توخالی ، ج) محاسبه از طریق علامت ها ، د) جدول ارزش مکانی

الف) محور اعداد صحیح:

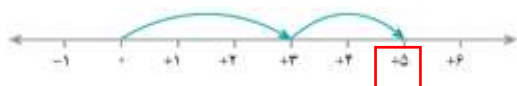
برای یافتن حاصل جمع در این روش به ترتیب حرکت ها را روی محور رسم می کنیم ، انتهای آخرین حرکت ، پاسخ مورد نظر است. دقت کنید اولین حرکت را از صفر (مبدأ) شروع کنیم.

مثال: حاصل جمع های زیر را به کمک محور به دست آورید.



$$\text{الف) } (+4) + (-2) = (+2)$$

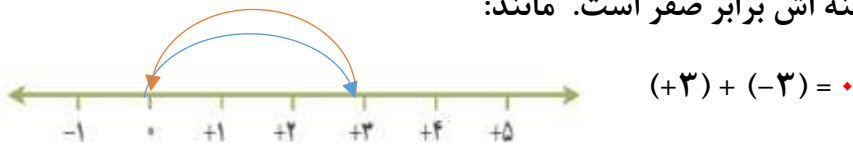
$$(+3) + (+2) = (+5)$$



❖ حاصل جمع هر عدد صحیح با صفر برابر با خود آن عدد است. مانند:



❖ حاصل جمع هر عدد صحیح با قرینه اش برابر صفر است. مانند:

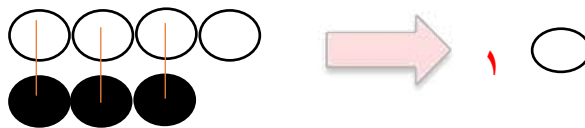


(ب) دایره توپر و توخالی:

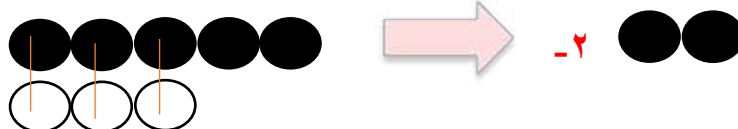
در این روش برای اعداد مثبت دایره های توخالی ($\bigcirc = +1$) و برای اعداد منفی دایره های توپر ($\bullet = -1$) رسم می کنیم. هر دایره توپر با یک دایره توخالی حذف می شود (صفر می شود) آن چه باقی می ماند حاصل جمع است.

مثال: با رسم شکل دایره های توپر و توخالی حاصل جمع های زیر را به دست آورید.

الف) $(+4) + (-3) = (+1)$



ب) $(-5) + (+3) = (-2)$



(ج) محاسبه از طریق علامت ها:

با توجه به پاسخ های به دست آمده در دو قسمت قبل نتیجه می گیریم:

❖ اگر دو عدد صحیح مثبت باشند ، حاصل جمع آن ها مانند جمع دو عدد طبیعی است.

مثال: $(+3) + (+5) = 3 + 5 = 8$

❖ اگر دو عدد صحیح با علامت های مختلف باشند ، حاصل جمع برابر است با تفاضل آن دو عدد با علامت

عددی که مقدار آن (بدون در نظر گرفتن علامت ها) بیش تر است .

مثال: $(+3) + (-5) = (-2)$ $(-3) + (+5) = (+2)$

❖ اگر دو عدد صحیح منفی باشند ، حاصل جمع آن ها مانند جمع دو عدد طبیعی است البته با علامت منفی .

$$(-3) + (-5) = (-8)$$

مثال:

(د) جدول ارزش مکانی

در این روش پس از گسترده نویسی و قرار دادن اعداد صحیح در جدول ارزش مکانی به این صورت عمل می کنیم:

علامت مثبت یا منفی هر عدد به تمام دسته هایش تعلق دارد. در هر ستون اگر هر دو عدد هم علامت باشند آن ها را با هم جمع می کنیم یکی از علامت ها را می نویسیم

اگر هر دو عدد هم علامت نباشند آن ها را از هم کم می کنیم با علامت عددی که مقدار آن (بدون در نظر گرفتن علامت ها) بیش تر است.

مثال: حاصل عبارات زیر را به روش ارزش مکانی به دست آورید:

الف) $27 - 39$

د	ی
۲	۷
۳	۹

$$\begin{array}{r}
 20 + 7 \\
 -30 + (-9) \\
 \hline
 (-10) + (-2) = -12
 \end{array}$$

ب) $21 - 13 - 67$

د	ی
۲	۱
۱	۳
۶	۷

$$\begin{array}{r}
 +60 + 7 \\
 -20 - 3 \\
 -30 - 1 \\
 \hline
 +10 + 3 = 13
 \end{array}$$

❖ عبارت $(+7) - (+9)$ را می توانید به صورت تفریقی که در دوره ابتدایی می نوشتید ، تبدیل کنید یعنی :

$$9 - 7 = 9 + (-7) \quad \text{مانند:} \quad (+7) - (+9) = 7 - 9$$

یعنی ابتدا عبارت را به جمع تبدیل می کنیم سپس حاصل جمع را به روش دلخواه به دست می آوریم.

قرینه منفی مثبت می شود

$$(+3) - (-5) = (+3) + (+5) = +8$$

مثال: حاصل عبارات مقابل را به دست آورید.

قرینه مثبت منفی می شود

$$(+7) - (+4) = (+7) + (-4) = +3$$

می توان با حذف پرانتز و مثبت های اضافی عبارت را به صورت ساده تر در آورد:

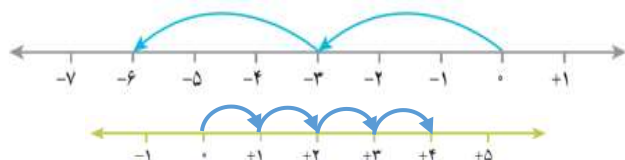
$$(+11) - (+5) = 11 - 5 = 6$$

$$(+23) - (-10) = 23 + 10 = 33$$

ضرب اعداد صحیح:

هرگاه روی یک محور چند حرکت برابر (هم اندازه و هم جهت) پشت سرهم انجام شود می توان متناظر با آن ها یک ضرب نوشت . دقت کنید نقطه شروع بردارها از صفر باشد و انتهای بردار آخر حاصل ضرب را نشان می دهد

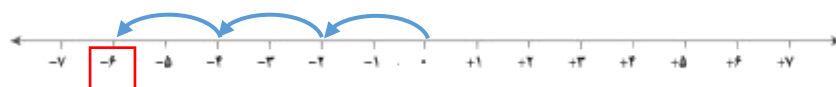
مثال: با توجه به محور و حرکت های انجام شده یک ضرب بنویسید.



$$2 \times (-3) = (-6)$$

$$4 \times (+1) = (+4)$$

مثال: ضرب $3 \times (-2)$ را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید.



حل:

برای ضرب دو عدد صحیح باید ابتدا علامت حاصل ضرب را تعیین کنیم سپس اعداد را درهم ضرب کنیم

تعیین علامت حاصل ضرب اعداد صحیح:

حاصل ضرب یک عدد مثبت در عددی مثبت برابر عددی مثبت خواهد شد.

$$\text{مانند: } (+2) \times (+3) = (+6)$$

حاصل ضرب یک عدد مثبت در عددی منفی برابر عددی منفی خواهد شد.

$$\text{مانند: } (+2) \times (-3) = (-6)$$

حاصل ضرب یک عدد منفی در عددی مثبت برابر عددی منفی خواهد شد.

$$\text{مانند: } (-2) \times (+3) = (-6)$$

حاصل ضرب یک عدد منفی در عددی منفی برابر عددی مثبت خواهد شد.

$$\text{مانند: } (-2) \times (-3) = (+6)$$

به زبان ساده تر حاصل ضرب دو عدد هم علامت ، عددی مثبت خواهد شد و حاصل ضرب دو عدد غیر هم علامت ، عددی منفی خواهد شد. پس از تعیین علامت ، برای یافتن حاصل ضرب دو عدد صحیح دوعدد را بدون در نظر گرفتن علامت درهم ضرب می کنیم. حاصل ضرب دو یا چند عدد صحیح ، خود یک عدد صحیح است.

عمل ضرب برای اعداد صحیح خاصیت جابجایی و شرکت پذیری دارد.

مثال: جابه جایی

$$(+3) \times (-2) = (-6) \quad (-2) \times (+3) = (-6)$$

مثال: توزیع پذیری

$$(+3) \times ((+2) \times (-5)) = (-30) \quad ((+3) \times (+2)) \times (-5) = (-30)$$

تقسیم اعداد صحیح:

در تقسیم اعداد صحیح نیز مانند ضرب آن ها عمل می کنیم. ابتدا باید تعیین علامت کنیم (مانند آن چه در قسمت ضرب توضیح داده شد) برای یافتن حاصل تقسیم دو عدد صحیح دوعدد را بدون در نظر گرفتن علامت ها برهم تقسیم می کنیم.

مثال: حاصل تقسیم های زیر را به دست آورید.

$$(-12) \div (+6) = (-2) \quad (-12) \div (-3) = (+4)$$

- ❖ حاصل ضرب هر عدد صحیح در صفر برابر با صفر است مانند: $(-2) \times 0 = 0$
- ❖ حاصل تقسیم هر عدد صحیح بر صفر تعریف نشده است مانند: $(-2) \div 0 = \infty$
- ❖ حاصل ضرب هر عدد صحیح در یک برابر با خود آن عدد است مانند: $(-2) \times 1 = (-2)$
- ❖ حاصل تقسیم هر عدد صحیح بر یک برابر با خود آن عدد است مانند: $(-2) \div 1 = (-2)$
- ❖ حاصل ضرب هر عدد صحیح در -1 برابر با قرینه آن عدد است مانند: $(-2) \times (-1) = (+2)$
- ❖ حاصل تقسیم هر عدد صحیح بر -1 برابر با قرینه آن عدد است مانند: $(-2) \div (-1) = (+2)$
- ❖ حاصل تقسیم عدد صفر بر هر عدد صحیح غیر صفر برابر صفر است مانند: $0 \div (-2) = 0$

حل مسئله به کمک عددهای صحیح:

در حل بسیاری از مسائل با تبدیل عددها به عددهای علامت دار حل مسئله ساده تر خواهد بود.

مثال: رایان روی یک نردبان بلند ایستاده بود. او ابتدا ۵ پله بالا رفت و سپس ۲ پله پایین آمد و دوباره ۴ پله بالا رفت در آخر ۶ پله پایین آمد. در این صورت رایان نسبت به جای اول خود چه وضعی دارد؟

حل: $+5 - 2 + 4 - 6 = +1$ نسبت به وضعیت اولیه یک پله بالاتر است

در حل مسائل اعداد صحیح به نکات زیر توجه کنید:

۱- اگر در سوال اختلاف یا فاصله دو عدد خواسته شده باشد، یعنی در کلمات پایانی سوال از عباراتی مانند سردتر، گرم تر، جلوتر، عقب تر، بالاتر، پایین تر و خود کلمه اختلاف و فاصله استفاده شده باشد از رابطه زیر استفاده می کنیم

عدد کوچک تر - عدد بزرگ تر = اختلاف دو عدد

مثال: در یک روز زمستانی دمای هوای دزفول ۳ درجه بالای صفر و دمای هوای اراک ۵ درجه زیر صفر می باشد
اختلاف دمای این دو شهر را به دست آورید.

$$(+3) - (-5) = (+3) + 5 = +8$$

حل:

۲- اگر در سوال میانگین عددها را خواسته باشند ، ابتدا عددها را با هم جمع کرده سپس حاصل را بر تعداد تقسیم می کنیم.

مثال: شهر رشت ۸ متر از سطح دریا پایین تر ، اهواز ۱۰ متر بالاتر از سطح دریا است میانگین فاصله آن ها از سطح دریا چه قدر است؟

$$\text{متر بالاتر از سطح دریا } 1 = 2 \div (+2) \quad (+2) + (+10) = (+12)$$

حل:

۳- اگر در مساله نشانه یا مفهومی از اختلاف نباشد بین عددها علامت جمع می گذاریم.

مثال: در یک روز تابستان دمای هوای اهواز ۳۱ درجه بالای صفر و تبریز ۱۵ درجه خنک تر از اهواز است دمای هوای تبریز چند درجه است؟



$$\text{دمای هوای تبریز } (+16) = (-15) + (+31)$$

حل:

ترتیب عملیات:

در محاسبه یک عبارت ریاضی از چپ به راست بر اساس آن چه تا به حال خوانده ایم به ترتیب زیر عمل میکنیم

(۱) پرانتز (۲) ضرب و تقسیم (۳) جمع و تفریق

اگر در یک عبارت چند ضرب و تقسیم یا جمع و تفریق داشته باشیم از چپ به راست با توجه به ترتیب قرار گرفتن آن ها عمل می کنیم .

مثال: حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } 2 \times 3 + 9 - 6 = 21$$

$$\text{ب) } 15 = 5 \times 4 - 5 + 5 - 6 \times 4 - 30 \div (-2 \times 3) \times 4 = 5 - 30 \div 6 - 24 - 30 \div 6 - 5 = 5 - 5 - 24 - 5 = -39$$



بیش تر بدانیم:

❖ برای پیدا کردن قرینه یک نقطه نسبت به یک نقطه خاص کافی است طول آن نقطه خاص را دو برابر کرده از طول نقطه مورد نظر کم کنیم. به زبانی دیگر قرینه یک نقطه به طول x نسبت به نقطه ای به طول y از رابطه $y - x$ به دست می آید.

مثال: قرینه نقطه ۵- نسبت به نقطه ۷+ کدام نقطه است؟

$$2 \times (+7) - (-5) = 14 + 5 = 19$$

حل:

❖ با داشتن مجموع یا اختلاف دو عدد صحیح می توان آن دو عدد را به کمک رابطه های زیر به دست آورد:

$$\text{تفاضل دو عدد} - \text{مجموع دو عدد} = \frac{\text{تفاضل دو عدد} + \text{مجموع دو عدد}}{2} = \text{عدد کوچک تر}$$

$$\text{تفاضل دو عدد} + \text{مجموع دو عدد} = \frac{\text{تفاضل دو عدد} - \text{مجموع دو عدد}}{2} = \text{عدد بزرگ تر}$$

مثال: مجموع دو عدد صحیح ۱۰ و اختلاف آن ها ۵۰ است. آن دو عدد کدام هستند؟

$$\text{عدد کوچک تر} = \frac{10 - 50}{2} = -20$$

$$\text{عدد بزرگ تر} = \frac{10 + 50}{2} = 30$$

حل:

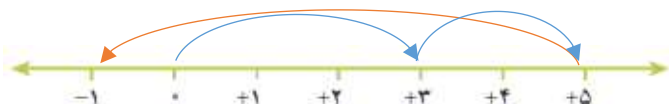


تمرین:

(۱) در بین اعداد علامت مناسب $<$ ، $=$ یا $>$ بگذارید.

$$+1 \quad \square \quad -12 \div (4 \times -3) \quad , \quad -11+11 \quad \square \quad (-3-2) \quad , \quad 14 \quad \square \quad -231$$

(۲) با توجه به محور زیر یک جمع بنویسید.



(۳) با رسم شکل دایره های توپر و توخالی حاصل $5 - 7$ را به دست آورید.

۴) حاصل عبارت $۷۱ - ۳۹$ را به روش ارزش مکانی به دست آورید:

د	ی

$$۳ \times (+۱) =$$

۵) ضرب مقابل را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید.



۶) حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } (-۱۶ + ۹) - [(-۴۰) \div (-۸)] =$$

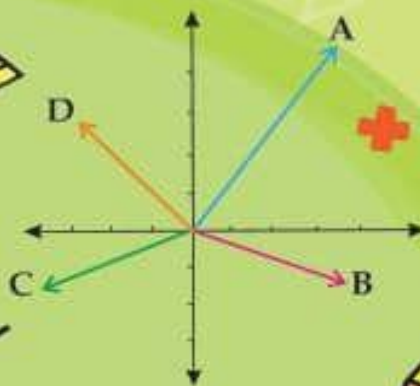
$$\text{ب) } (-۱۱ + ۵) \times (-۳ - (-۷)) =$$

۷) در یک روز بهاری دمای هوای میانرود ۱۷ درجه بالای صفر و تبریز ۵ درجه زیر صفر و شیراز ۱۱ درجه بالای صفر است. میانگین دمای هوای این سه شهر چند درجه است؟

همراه با درسنامه



$$x^2 = x \cdot x$$



ریاضی هفتم

- نکات و توضیحات کتاب ریاضی
- پایه هفتم
- دوره اول متوسطه
- گروه آموزشی ریاضی متوسطه اول استان خوزستان

فصل ۳: جبر و معادله

اعظم مهران پور

مدرسه تعطیل است ولی آموزش تعطیل نیست.

◀ مقدمه :

جبر یکی از وسیع ترین بخش های ریاضیات است. جبر در عمومی ترین فرم آن مطالعه ی نشانه های ریاضی و قوانین برای تغییر این نشانه هاست. علم جبر نخستین بار از مشرق زمین شروع شد و دانشمندانی مانند خوارزمی و غیاث الدین کاشانی در این علم بسیار تأثیرگذار بودند. در فصل سوم ریاضیات هفتم با **جبر و معادله** آشنا می شوید.

➡ درس اول : الگوهای عددی

در بعضی از مسئله ها بین عددها یا شکل ها رابطه هایی وجود دارد. کشف و درک این رابطه ها به حل مسئله کمک می کند. راهبرد الگویابی یکی از راهبردهای کشف رابطه هاست که پیش تر با آن آشنا شدیم . اکنون می خواهیم این رابطه ها را به صورت جبری نمایش دهیم که برای این کار از حروف انگلیسی کمک می گیریم.

 **متغیر :** در جبر به نمادهایی که برای بیان عددهای نامعلوم یا مقدارهای نامشخص به کار برده می شود متغیر می گوئیم که معمولاً از حروف انگلیسی که نشان دهنده ی عددی هستند که تغییر می کند استفاده می کنیم.

📖 **مثال ۱ :** اگر قد دانش آموزان (بر حسب سانتی متر) را با a نشان دهیم :

قد غزل : $a = ۱۶۱$ ، قد بهار : $a = ۱۴۳$ ، قد زهرا : $a = ۱۵۷$

بنابراین a یک متغیر است.

 **ضرب عددی :** به عددی که در یک متغیر یا در حاصل ضرب چند متغیر ضرب شود « **ضرب عددی** » می گوئیم.

📖 **مثال ۲ :** مثلث متساوی الاضلاعی را در نظر بگیرید. محیط مثلث را در هر یک از حالت های زیر بدست آورید و جدول را کامل کنید.

اندازه ضلع مثلث	۳	۵/۵	$۲\frac{۱}{۳}$	b
محیط مثلث	۹	۱۶/۵	۷	$۳ \times b$

در عبارت $۳ \times b$ ، b متغیر و ۳ ضرب عددی می باشد.

«تذکره ۱: در جبر برای جلوگیری از اشتباه شدن علامت $\times$ با نماد انگلیسی x معمولاً به جای $\times$ از نماد « . » یا پرانتز استفاده می‌کنیم و یا از نوشتن علامت ضرب، صرف نظر می‌کنیم. مانند :

$$\text{الف) } 3 \times b = 3.b = (3)(b) = 3(b) = (3)b = 3b$$

$$\text{ب) } x \times y = x.y = x(y) = (x)y = (x)(y)$$

مثال ۳: در هر عبارت ضریب عددی و متغیر را مشخص کنید.

$$\text{الف) } -5x \rightarrow \begin{cases} \text{ضریب عددی} = -5 \\ \text{متغیر} = x \end{cases}$$

$$\text{ب) } mn \rightarrow \begin{cases} \text{ضریب عددی} = 1 \\ \text{متغیر} = mn \end{cases}$$

$$\text{ج) } \frac{b}{4} \rightarrow \begin{cases} \text{ضریب عددی} = \frac{1}{4} \\ \text{متغیر} = b \end{cases}$$

$$\text{د) } -\frac{xyz}{3} \rightarrow \begin{cases} \text{ضریب عددی} = -\frac{1}{3} \\ \text{متغیر} = xyz \end{cases}$$

$$\text{هـ) } 4p \div 5 \rightarrow \begin{cases} \text{ضریب عددی} = 4/5 \\ \text{متغیر} = p \end{cases}$$

$$\text{و) } \frac{2}{5}k \rightarrow \begin{cases} \text{ضریب عددی} = \frac{2}{5} \\ \text{متغیر} = k \end{cases}$$

در این فصل با بعضی از کاربردهای جبر آشنا می‌شویم:

الف) نوشتن جمله‌ای n ام الگوهای عددی :

الگوهای عددی شامل یک سری اعداد هستند که پشت سرهم نوشته می‌شوند به طوریکه تغییرات بین آنها از نظم و قاعده‌ی مشخصی پیروی می‌کند. به همین دلیل اولین قدم در نوشتن الگوی مورد نظر کشف نظم بین اعداد است. برای یافتن این رابطه روش‌های مختلفی وجود دارد که به چند نمونه از آنها در ذیل اشاره خواهیم کرد.

حالت اول گاهی اوقات در یک الگوی عددی، اعداد به طور منظم اضافه یا کم می‌شوند.

مثال ۴: به الگوی عددی زیر توجه کنید.

$$2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots$$

پانزدهمین عدد در این دنباله چند است؟

در این دنباله، اولین عدد = ۲، دومین عدد = ۴، سومین عدد = ۶، ...

این اطلاعات را در جدول زیر خلاصه می‌کنیم :

شماره جمله	۱	۲	۳	۴	۵	۶	...
عدد	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	...

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم اعداد ۲ تا ۲ تا اضافه می‌شوند. با مقایسه هر عدد با شماره‌اش، به راحتی می‌فهمیم

که هر عدد، ۲ برابر شماره‌ی خود می‌باشد. بنابراین پانزدهمین عدد این الگو برابر است با : $2 \times 15 = 30$

اگر بخواهیم یک دستور کلی برای محاسبه‌ی عددهای این دنباله پیدا کنیم از یک حرف انگلیسی (مثلاً n) به

عنوان متغیر استفاده می‌کنیم. n امین عدد در این دنباله برابر است با : $2 \times n$ که می‌توانیم به صورت $2n$ نیز

بنویسیم.

 **مثال ۵ :** به شکل‌های زیر توجه کنید، این شکل‌ها با استفاده از چوب کبریت ساخته شده‌اند.



اگر شکل‌ها را به همین ترتیب ادامه دهیم، برای ساختن شکل بیست و چهارم چند چوب کبریت نیاز داریم؟

برای شکل n ام چگونه؟

 ابتدا اطلاعاتی را که داریم در یک جدول خلاصه می‌کنیم :

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	...
تعداد چوب کبریتها	۲	۵	۸	۱۱	۱۴	۱۷	...

همان‌طور که مشاهده می‌کنید تعداد چوب کبریت‌ها ۳ تا، ۳ تا اضافه می‌شود و با اندکی دقت متوجه می‌شویم

تعداد چوب کبریت‌های هر شکل از ۳ برابر شماره‌ی شکل، یک واحد کم‌تر است. بنابراین تعداد چوب کبریت‌های

هر شکل برابر است با : $(1 - \text{شماره شکل} \times 3)$ پس برای شکل بیست و چهارم به ۷۱ چوب کبریت نیاز داریم :

$71 = 72 - 1 = 24 \times 3 - 1$ به طور کلی تعداد چوب کبریت‌ها در n امین شکل از رابطه $3 \times n - 1$ بدست می‌آید

که می‌توانیم به صورت $3n - 1$ نیز بنویسیم.



در الگوهای عددی که فاصله بین اعداد جملات ثابت است با استفاده از مراحل زیر می توان جمله n ام را نوشت.

- ① پیدا کردن مقدار ثابت فاصله ی بین اعداد
- ② این مقدار ثابت را به عنوان ضریب یک متغیر مانند $m, a, x, \dots$ قرار می دهیم.
- ③ شماره ی شکل یا شماره ی جمله ی مورد نظر را به جای متغیر قرار داده و با عدد مربوط به آن شکل یا جمله مقایسه می کنیم و اختلاف اعداد را پس از پیدا کردن همراه با علامت آن در کنار متغیر و ضریب بدست آمده در مرحله دوم می نویسیم.

مثال ۶: جمله n ام الگوی زیر را بنویسید.

$$3, 7, 11, 15, 19, 21, \dots$$

$$\begin{array}{ccccccc} \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow & & \\ +4 & +4 & +4 & +4 & +4 & & \end{array}$$

مرحله اول : فاصله ثابت $= 4$ و مرحله دوم : $4n$

جمله اول

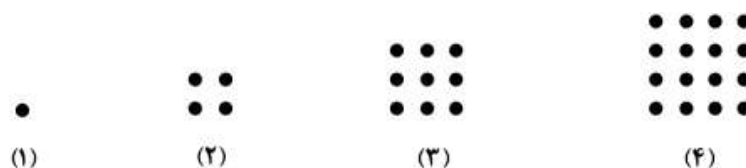
$$\xrightarrow{n=1} 4n + \square = 3 \rightarrow 4 \times 1 + \square = 3 \rightarrow \square = -1$$

مرحله سوم :

در نتیجه جمله n ام الگوی عددی برابر با $4n - 1$ می باشد.

حالت دوم گاهی اوقات در یک الگوی عددی اعداد به طور منظم اضافه یا کم نمی شوند، در چنین مواقعی باید با استفاده از این که هر شماره ای چه تغییری کرده است الگوی مناسبی پیدا کنید.

مثال ۷: با توجه به شکل های زیر جمله n ام را بدست آورید.



اطلاعات را در جدول زیر خلاصه می کنیم، با کمی دقت می توان فهمید:

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	...
تعداد دایره ها	۱	۴	۹	۱۶	...

$۱۶ = ۴ \times ۴$: جمله چهارم و $۹ = ۳ \times ۳$: جمله سوم و $۴ = ۲ \times ۲$: جمله دوم و $۱ = ۱ \times ۱$: جمله اول
بنابراین جمله n ام برابر با $n \times n$ می باشد.

بعضی از الگوهای عددی ترکیبی از حالت های اول و دوم می باشند.

حالت سوم

مثال ۸: جمله n ام الگوی زیر را بنویسید. $۳, ۶, ۱۱, ۱۸, \dots$

اگر از هر یک از جمله های داده شده دو واحد کم کنیم الگوی عددی به صورت مقابل خواهد شد.

$۱, ۴, ۹, ۱۶, \dots$ و جمله n ام آن مانند مثال قبل $n \times n$ می باشد بنابراین جمله n ام الگوی اصلی داده شده در سوال به صورت $n \times n + ۲$ خواهد شد.

مثال ۹: الف) جمله n ام الگوی زیر را بنویسید. $\frac{1}{5}, \frac{3}{9}, \frac{5}{13}, \frac{7}{17}, \dots$

ب) جمله ای بیستم این الگو را پیدا کنید.

الف) در این الگو عددهای صورت کسرها با هم الگو و عددهای مخرج کسرها با هم الگوی دیگری را تشکیل می دهند. صورت کسرها دنباله اعداد طبیعی فرد می باشد که جمله n ام آن به صورت $۲n - ۱$ می باشد.

مخرج کسرها، تا ۴، تا ۴ اضافه شده است و جمله n ام آن به صورت $۴n + ۱$ می باشد. بنابراین جمله n ام

الگوی اصلی به صورت $\frac{۲n-۱}{۴n+۱}$ می باشد.

ب) جمله بیستم به صورت زیر محاسبه می شود.

$$\frac{۲ \times ۲۰ - ۱}{۴ \times ۲۰ + ۱} = \frac{۳۹}{۸۱}$$

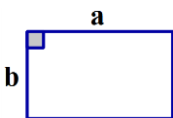
ب) نوشتن دستور محاسبه (فرمول) مساحت و محیط و حجم به صورت جبری :

در دبستان با محیط و مساحت بعضی از شکل های هندسی و همچنین حجم بعضی از اجسام هندسی آشنا شده اید.

اکنون با استفاده از متغیرها می توانید دستور محاسبه ی آنها را به صورت جبری نشان دهید.

 **مثال ۱۰:** دستور محاسبه‌ی محیط و مساحت مستطیل را به صورت جبری بنویسید.

 $S = a \times b \rightarrow S = ab$ مستطیل $\rightarrow$ عرض $\times$ طول = مساحت مستطیل



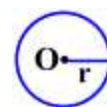
$P = 2 \times (a + b) \rightarrow P = 2(a + b)$ مستطیل $\rightarrow$ (عرض + طول) $\times 2$ = محیط مستطیل

 **نکته ۱:** مساحت شکل‌های هندسی را با حرف S و محیط را با حرف P نشان می‌دهیم.

 **مثال ۱۱:** دستور محاسبه‌ی محیط و مساحت دایره زیر را به صورت جبری بنویسید. (O مرکز دایره و r شعاع دایره باشد)

 $S = r \cdot r \cdot \pi \rightarrow S = \pi r r$ عدد پی $\times$ شعاع $\times$ شعاع = مساحت دایره

$P = 2 \cdot r \cdot \pi \rightarrow P = 2\pi r$ عدد پی $\times$ قطر = محیط دایره



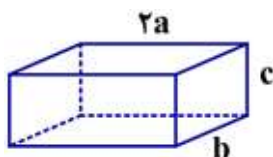
اشتباه نکنیم



نماد π یک حرف یونانی است که نشان دهنده‌ی عدد پی ($\pi \approx 3/1415...$) می‌باشد، بنابراین متغیر

نیست و ضریب عددی به حساب می‌آید.

 **مثال ۱۲:** حجم مکعب مستطیل مقابل را به صورت جبری بنویسید.



 $V = 2a \cdot b \cdot c$ ارتفاع $\times$ عرض $\times$ طول = حجم مکعب مستطیل

 **نکته ۲:** حجم اجسام هندسی را با V نشان می‌دهیم.

 **ج) نوشتن جمله‌ی عمومی مسئله‌ها:**

 تبدیل مسئله‌های واقعی زندگی به عبارت‌ها و معادله‌های ریاضی را «مدل‌سازی» می‌گوئیم.

بسیاری از مواقع در زندگی واقعی می‌توانیم از رابطه‌های جبری استفاده کنیم.

 **مثال ۱۳:** یاسمین می‌خواهد جشن تولد خود را در یک کافی‌شاپ برگزار کند. ورودی کافی‌شاپ ۳۰۰ هزار

تومان می‌باشد و به‌ازای هر مهمان ۲۰ هزار تومان هزینه می‌شود:

الف) هزینه یاسمین برای m مهمان به صورت جبری بنویسید.

ب) اگر یاسمین ۱۲ مهمان داشته باشد، چقدر باید پردازد؟

✎ * مبلغ ۳۰۰۰۰۰ تومان ثابت است و تعداد مهمان‌ها آن را تغییر نمی‌دهد.

* مبلغ ۲۰۰۰۰ تومان بابت یک مهمان است. به جدول زیر نگاه کنید (هزینه‌ها بر حسب تومان است) :

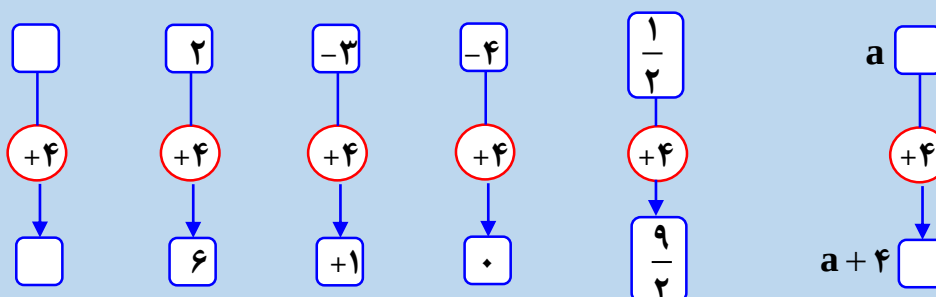
تعداد مهمان	۱	۵	۱۰	۱۲
هزینه‌ی ثابت	۳۰۰۰۰	۳۰۰۰۰	۳۰۰۰۰	۳۰۰۰۰
هزینه‌ی مهمان‌ها	۲۰۰۰×۱	۲۰۰۰×۵	۲۰۰۰×۱۰	۲۰۰۰×۱۲
هزینه‌ی کل	$۳۰۰۰۰ + ۲۰۰۰$	$۳۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰$	$۳۰۰۰۰ + ۲۰۰۰۰$	$۳۰۰۰۰ + ۲۴۰۰۰$

الف) اگر تعداد مهمان‌ها را با حرف m نشان دهیم، هزینه‌ی کل برای m مهمان به صورت $۳۰۰۰۰ + ۲۰۰۰ \times m$ تومان خواهد شد که می‌توانیم به صورت $۳۰۰۰۰ + ۲۰۰۰m$ نیز نمایش دهیم.

ب) تومان $۳۰۰۰۰ + ۲۰۰۰ \times ۱۲ = ۵۴۰۰۰$: هزینه ۱۲ مهمان

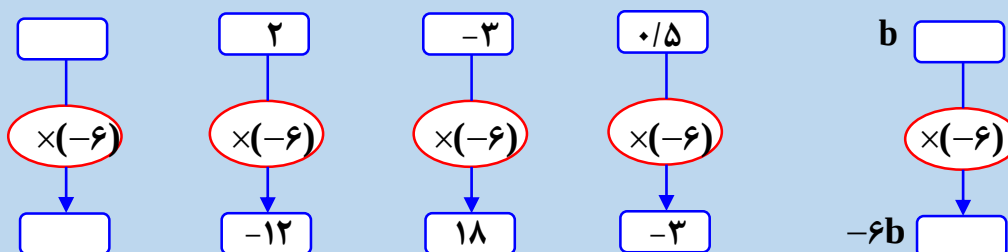
✎ (د) نوشتن روابط نمودارها به صورت جبری :

نمودار زیر نشان می‌دهد که هر عدد داده شده با ۴ جمع می‌شود تا عدد جدیدی بدست آید.



این نمودار را می‌توانیم با عبارتی مثل $a + 4$ نشان دهیم. البته به جای حرف a می‌توانیم از حروف دیگر نیز استفاده کنیم.

نمودار زیر نشان می‌دهد که هر عدد داده شده (-6) برابر می‌شود تا عدد جدیدی بدست آید.



این نمودار را با عبارتی مثل $-6 \times b$ که می‌توان به صورت $-6b$ نیز نوشت، نشان می‌دهیم.

◀ (هـ) نوشتن قاعده‌ها و قوانین ریاضی به صورت جبری :

✍ با کمک حروف و نوشتن عبارت‌های جبری، قاعده‌ها و قوانینی که تاکنون در ریاضی یاد گرفته‌اید و به صورت عبارت کلامی بیان می‌کردیم را می‌توانید به صورت جبری بنویسید.

📖 **مثال ۱۴: الف)** حاصل ضرب هر عدد در یک برابر با خود آن عدد است. $a \times 1 = a$

🔁 **تذکر ۲:** به جای هر عدد که قابل تغییر دادن است، از یک متغیر استفاده می‌کنیم.

ب) حاصل ضرب هر عدد در صفر برابر با صفر می‌شود. $a \times 0 = 0$

ج) خاصیت جابه‌جایی در جمع: اگر در جمع جای عددها تغییر کند، حاصل تغییر نخواهد کرد. $a + b = b + a$

د) صفر با هر عددی جمع شود، همان عدد بدست می‌آید. $a + 0 = a$

هـ) خاصیت جابه‌جایی در ضرب: اگر در ضرب جای عددها تغییر کند، حاصل تغییر نخواهد کرد. $a \times b = b \times a$

و) از تقسیم صفر بر هر عدد غیر صفر، همواره عدد صفر بدست می‌آید. $\frac{0}{a} = 0 \quad (a \neq 0)$

🔁 **تذکر ۳:** $a \neq 0$ یعنی a هر عددی می‌تواند باشد بجز صفر

فرزندم

حالا با توجه به توضیحات و نمونه سؤالات حل شده، انتظار دارم پاسخ فعالیت‌ها، کاردر کلاس‌ها و تمرینات

صفحه ۲۸ تا ۳۰ کتاب درسی را بنویسید.



ایستگاه حل تمرین



۱- درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

الف) اگر جمله‌ی n ام یک الگوی عدد $\frac{-2n-4}{3}$ باشد، جمله‌ی سیزدهم این الگو برابر با -10 می‌باشد.

ب) مساحت لوزی به قطرهای a و b برابر است با: ab

ج) جمله‌ی «حاصل جمع هر عدد با قرینه‌اش برابر با صفر می‌شود»، به صورت جبری برابر است با: $a + (-a) = 0$

$$\frac{-2n-4}{3} \quad n=13 \rightarrow \frac{-2 \times (13) - 4}{3} = \frac{-26-4}{3} = \frac{-30}{3} = -10$$

الف) درست

$$S = \frac{\text{حاصل ضرب دو قطر}}{2} \rightarrow S = \frac{ab}{2}$$

ب) نادرست

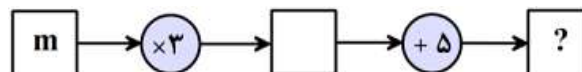
ج) درست.

اگر عدد مورد نظر را با a نشان دهیم، قرینه آن $-a$ می‌باشد. لذا داریم: $a + (-a) = 0$

۲- در جمله‌های زیر جاهای خالی را با اعداد یا عبارتهای مناسب کامل کنید.

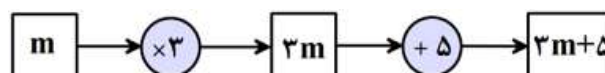
الف) مساحت مربع به ضلع t برابر با می‌باشد.

ب) در نمودار زیر اگر m وارد نمودار شود عبارت از نمودار خارج می‌شود.



$$S = t.t \rightarrow \text{مربع} \rightarrow \text{خودش} \times \text{یک ضلع} = S \text{ مربع}$$

الف) $t.t$



ب) $3m + 5$

۳- در پرسش‌های زیر گزینه درست را انتخاب کنید.

الف) جمله‌ی n ام الگوی عددی $\frac{3}{2}, 3, \frac{9}{2}, 6, \frac{15}{2}, \dots$ کدام گزینه است؟

$$\square \frac{3n-1}{2} (r$$

$$\square \frac{3n+1}{2} (3)$$

$$\square \frac{3n}{2} (2$$

$$\square \frac{n}{2} (1)$$

(ب) علی هر روز ۶ کلمه انگلیسی حفظ می کند. تعداد کلماتی که او در n روز حفظ می کند به صورت جبری کدام است؟

□ ५३ (५)

□ ६-११ (३)

$$\square \frac{\epsilon}{n} (r$$

$$\square \quad \mathfrak{g} + \mathfrak{n}(\lambda)$$

✍ (الف) گزینه ۲

با کمی دقت متوجه می‌شویم می‌توان به جای جمله‌ی دوم یعنی عدد $3\frac{6}{7}$ و به جای جمله‌ی چهارم یعنی

عدد ۶ کسر $\frac{۱۲}{۲}$ را جایگزین کنیم:

در این الگو صورت جمله‌ها مضرب‌های طبیعی عدد ۳ و مخرج جمله‌ها عدد ثابت ۲ می‌باشد. بنابراین جمله‌ی

n أم برابر با $\frac{3n}{2}$ می باشد.

$$\mathfrak{f} \times \mathbf{n} = \mathfrak{f}\mathbf{n}$$

(ب) گزینه ۴

۴- الگوهای عددی زیر را با نوشتن سه جمله‌ی دیگر کامل کنید و سپس جمله‌ی n ام هر الگو را مشخص کنید.

الف) $-1, -4, -7, -10, \dots, \dots, \dots, \dots$

ب) ۱, ۸, ۲۷, ..., ..., ..., ...

$-1, -4, -7, -10, -13, -16, -19, \dots$

$-3 \quad -3 \quad -3 \quad -3 \quad -3 \quad -3$

✍ (الف) در این الگو جمله‌ها ۳ تا ۳ تا کم شده‌اند.

$$n=1 \rightarrow -3n - \square = -1 \rightarrow -3 \times 1 - \square = -1 \rightarrow -3 - \square = -1 - \square = 4 \rightarrow \text{جملهی } n\text{م} : -3n + 4$$

ب) در این الگو جمله‌ها به طور ثابت اضافه یا کم نشده‌اند. با توجه به رابطه‌ی شماره هر جمله با خود جمله، متوجه می‌شویم که برای پیدا کردن هر جمله:

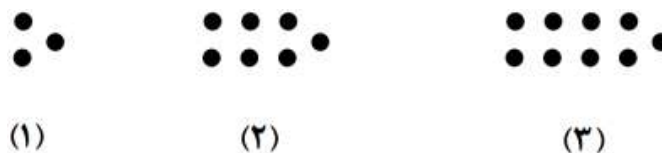
$$1, 8, 27, 64, 125, 216, \dots$$

شماره جمله ۳ مرتبه نوشته می‌شود و در هم ضرب می‌شوند. بنابراین جمله‌ی n ام الگو برابر است با $n.n.n$

۵- بلیط ورودی برای یک پیست قایقرانی ۳۰۰۰۰ تومان و هزینه هر ساعت استفاده از قایق ۱۰۰۰۰ تومان می‌باشد. اگر پدرام بخواهد k ساعت از قایق استفاده کند، هزینه کل او را برای ورود به پیست و استفاده k ساعت از قایق را به صورت جبری بنویسید.

در این مسئله هزینه‌ی ثابت ۳۰۰۰۰ تومان و هزینه‌ی استفاده یک ساعت از قایق ۱۰۰۰۰ تومان می‌باشد. لذا برای k ساعت استفاده از قایق باید $1000k$ بپردازد. بنابراین هزینه کل پدرام مجموع این دو هزینه می‌باشد.
یعنی $1000k + 30000$

۶- با توجه به شکل‌های زیر، شکل n ام از چند دایره کوچک تشکیل می‌شود؟



اطلاعات مسئله را در جدول زیر خلاصه می‌کنیم:

شماره	۱	۲	۳	...
تعداد دایره	۳	۶	۹	...

تعداد دایره‌ها ۳ تا ۹ تا اضافه شده‌اند. با کمی دقت متوجه می‌شویم که تعداد دایره‌های هر شکل بدین صورت محاسبه می‌شود:

از ۳ برابر شماره شکل یک واحد کم می‌کنیم. لذا تعداد دایره‌های شکل n ام برابر است با: $3n - 1$

درس دوم : عبارت‌های جبری

عبارت جبری : شامل یک یا چند عدد و متغیر به همراه یک یا چند عمل ریاضی $(+, -, \times, \div)$ است.

عبارت‌های مانند 5 , $2n$, $3 + 2a$, $1 - \frac{2}{3}b + 5x$, $yz + k$, $\frac{n}{p}$ (پ نمی تواند صفر باشد) عبارت جبری می باشند.

یک جملهی جبری : به عبارت‌هایی مانند $5a$, $\frac{x}{4}$, -3 , $-b \times c$ یک جمله می گوئیم هر جمله از دو قسمت تشکیل شده است قسمت حرفی که شامل متغیرها باشد و قسمت عددی که به آن ضریب می گوئیم تا زمانی که بین اعداد و متغیرها علامت ضرب باشد به آن « یک جمله » می گوئیم.

* عددها به تنهایی و بدون حروف یا متغیر یک جملهی ثابت می باشند مانند -4 , $\frac{3}{5}$ که هر کدام یک جمله هستند.

در عبارت‌های جبری علامتهای $+$ و $-$ جدا کنندهی جمله‌ها هستند مثلاً عبارت $ab + 3x + 4$ دارای ۳ جمله می باشد.

جمله‌های متشابه : جمله‌هایی هستند که قسمت حرفی (متغیر) آنها کاملاً مانند هم است.

مثال ۱ : هر دسته از جملات زیر با هم متشابه اند.

الف) $5b$, $-3b$, $\frac{1}{4}b$, $1\frac{1}{5}b$

ب) $4x$, $\frac{x}{5}$, $-2x$, $0/4x$

ج) $-4yz$, yz , $10zy$, $2zy$, $0/3zy$, $\frac{2yz}{7}$

* اما جملاتی مانند $3a$ و $3b$ با هم متشابه نیستند و همچنین جمله‌های $4xy$ و $3xz$ باهم متشابه نیستند.

جمله‌هایی که قسمت حرفی ندارند باهم متشابه اند مانند : 3 , $\frac{2}{5}$, -7 , $0/4$



ساده کردن عبارتهای جبری: در یک عبارت جبری فقط می توان جمله های متشابه را با هم جمع یا تفریق کنیم. (توجه کنید که حاصل جمع ۲ پرتقال و ۳ پرتقال می شود ۵ پرتقال ولی حاصل جمع ۲ پرتقال و ۳ سیب را نمی توان خلاصه تر نوشت «

$$\begin{array}{c} \text{2 oranges} + \text{3 oranges} = \text{5 oranges} \\ \text{2 oranges} + \text{3 oranges} = \text{5 oranges} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{2 oranges} + \text{3 apples} \\ \text{2 oranges} + \text{3 apples} = \text{2 oranges} + \text{3 apples} \end{array}$$

ساده نمی شود

برای پیدا کردن حاصل جمع یا تفریق جملات متشابه مانند مختصر نویسی در جمع و تفریق اعداد صحیح انجام می دهیم پس از مشخص کردن جمله های متشابه، ضریب های عددی آنها را با هم جمع می کنیم و سپس بخش حرفی (متغیر) آنها که کاملاً شبیه به هم می باشند را در کنار ضریب می نویسیم.

اگر جمله ای ضریب نداشت آن را یک در نظر می گیریم ولی معمولاً ضریب یک نوشته نمی شود.

مثال ۲: هر یک از عبارتهای زیر را ساده کنید.

الف) $7k + 4k = (7 + 4)k = 11k$

ب) $a - 6a = (1 - 6)a = -5a$

پ) $-6d + 4d - 3d = (-6 + 4 - 3)d = -5d$

پ) $\frac{2}{3}b + \frac{b}{3} = (\frac{2}{3} + \frac{1}{3})b = 1b = b$

می توانیم حاصل عبارتهای را ساده تر نوشت مانند : $-5x + 2x = -3x$



مثال ۳: عبارتهای جبری زیر را ساده کنید.

الف) $-7x + 4y - 3x + 2y \rightarrow -7x + 4y - 3x + 2y = -10x + 6y$

ب) $4ab - 7ba + 3b + b \rightarrow 4ab - 7ba + 3b + b = -3ab + 4b$

تذکر ۱: اگر در یک عبارت جبری جمله یا جمله هایی وجود داشت که جمله هایی متشابه با آنها در

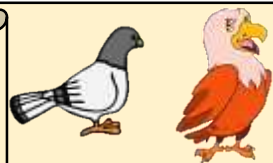
عبارت نبود آن جملات را به همان شکل اولیه در قسمت پاسخ می نویسیم.

مثال ۴: عبارتهای جبری زیر را ساده کنید.

الف) $7x - 3 - 2x - 5 + 6y \rightarrow 7x - 3 - 2x - 5 + 6y = 5x - 8 + 6y$

ب) $10m - 9n + 7m - 4p + 9n \rightarrow 10m - 9n + 7m - 4p + 9n = 17m + 0n - 4p = 17m - 4p$

در اینجا جمله‌های $-9n$ و $+9n$ قرینه‌ی هم هستند و حاصل آن‌ها صفر می‌شود به همین دلیل آن‌ها را حذف کردیم.



کند همجنس با همجنس پرواز

کبوتر با کبوتر، باز با باز

ساده کردن عبارتهای جبری ما را یاد ضرب‌المثل زیر می‌اندازد:

ضرب یک عدد در یک جمله جبری : در هر یک از مستطیل‌های زیر ۳ مداد داریم اگر مداد را با حرف



$$2 \times (3P) = 6P$$

P نشان دهیم تعداد کل مدادها برابر است با :

اگر عددی در یک جمله‌ی جبری ضرب شود، عدد در ضریب عددی آن جمله ضرب شده و متغیر یا قسمت حرفی آن تغییر نمی‌کند و متغیر به همان صورت کنار حاصل ضرب عددها نوشته می‌شود.

مثال ۵: حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.

الف) $7(4x) = 28x$

ب) $-6(2xyz) = -12xyz$

ج) $-5(-2a) = 10a$

د) $\frac{2}{5}(\frac{10}{6}mn) = (\frac{2}{5} \times \frac{10}{6})mn = \frac{2}{3}mn$

ضرب یک عدد در یک عبارت جبری : با توجه به شکل‌های زیر در هر مستطیل ۳ مداد و ۲ پاک کن



داریم پس تعداد کل لوازم التحریر برابر است با :

$$4 \times (3 \text{ مداد} + 2 \text{ پاک کن})$$



اگر مداد را با p و پاک‌کن را با e نشان دهیم عبارت بالا به صورت

$4 \times (3p + 2e) = 12p + 8e$ می‌دانیم در کل ۱۲ مداد و ۸ پاک کن داریم پس :

برای ضرب کردن عدد بیرون پرانتز در جمله‌های داخل پرانتز باید آن عدد را در تک تک جمله‌های داخل پرانتز ضرب نمائید و سپس در صورت امکان جواب نهایی را ساده کنیم.



مثال ۶: حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.

الف) $2(x - 4y) = (2 \times x) - (2 \times 4y) = 2x - 8y$

ب) $-3(2a + 2b - 4) = (-3 \times 2a) + (-3 \times 2b) + (-3 \times -4) = -6a - 6b + 12$

عددهایی را که می‌خواهیم در یک عبارت جبری ضرب کنیم این عدد فقط در عبارت داخل پرانتز ضرب می‌شود. دقت کنید که این عددها را به جمله‌ها و یا عبارتهای قبل یا بعد از پرانتز ضرب نکنید.

مثال ۷: عبارتهای جبری زیر را ساده کنید.

الف) $-5a + 4(2a - 2b) + 5c = -5a + 8a - 8b + 5c = 3a - 8b + 5c$

در عبارت فوق عدد ۴ در جمله‌های ۵c و -5a ضرب نمی‌شود.

ب) $2(c - 6d) + 3(2c + 4d) - 18c = 2c - 12d + 6c + 12d - 18c = -10c$

در عبارت فوق هر عدد به جمله‌های داخل پرانتز مربوط به خودش ضرب می‌شود و پس از انجام ضرب، چون جمله‌های متشابه وجود دارد پس عبارت ساده می‌شود.

وقتی یک عدد یا عبارت را قرینه می‌کنیم مانند این است که آن عدد یا عبارت را در عدد (-۱) ضرب می‌کنیم بنابراین موقع قرینه کردن یک عبارت جبری، تمام جملات قرینه می‌شوند.



مثال ۸: $-(3m - 4n - 6) = -3m + 4n + 6$

بنابراین اگر بخواهیم دو عبارت جبری را از هم کم کنیم قبل از انجام هر کاری تمام جمله‌های عبارت دوم را قرینه می‌کنیم سپس عبارت را در صورت امکان ساده می‌کنیم.

مثال ۹: $(3m + 7n) - (-2m + 6n) = 3m + 7n + 2m - 6n = 5m + n$



«تذکر ۲: اگر در یک عبارت جبری، جمله‌های متشابه وجود نداشت آن عبارت قابل ساده شدن نیست.

📖 مثال ۱۰: عبارتهای زیر قابل ساده شدن نیستند.

الف) $5y - 2x$

ب) $4k + 2t - 3$

ج) $3m + 3n + 3$

«تذکر ۳: در تساوی‌های عددی، اگر جمله‌ها دارای ضریب مساوی باشند، می‌توان آنها را به روش جبری

ساده کرد.

📖 مثال ۱۱:

$$\text{الف) } -3 \times \frac{2}{5} + 8 \times \frac{2}{5} = (-3 + 8) \times \frac{2}{5} = 5 \times \frac{2}{5}$$

ب) $-6 \times \frac{1}{9} - 2 \times \frac{1}{9} = (-6 - 2) \times \frac{1}{9} = -8 \times \frac{1}{9}$

بعضی از کاربردهای جبر را در درس اول یاد گرفتیم یکی از کاربردهای جبر به صورت زیر است

«نوشتن عبارتهای کلامی به صورت جبری و بالعکس:

با کمک اعداد و حروف و با استفاده از قوانینی که تاکنون یاد گرفته‌اید می‌توان عبارتهای جبری را به کلامی و همچنین عبارتهای کلامی را به جبری تبدیل نمود.

📖 مثال ۱۲: عبارتهای کلامی زیر را به صورت جبری بنویسید.

الف) $3e + 6$

الف) شش واحد بیشتر از ۳ برابر یک عدد.

ب) $\frac{1}{2}d + \frac{1}{3}d$

ب) مجموع نصف عددی با ثلث همان عدد.

ج) $2(\frac{1}{4}a - 5)$

ج) ۲ برابر، ۵ واحد کمتر از ربع عدد.

📖 مثال ۱۳: عبارتهای جبری زیر را به صورت کلامی بنویسید.

الف) $-5x + 9$ ← ۹ واحد بیش‌تر از قرینه‌ی ۵ برابر عددی

ب) $1 - \frac{m}{4}$ ← یک واحد کمتر از ربع عددی

ایستگاه حل تمرین



۱- درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

الف) جمله‌های $3xy$ و $-yx$ با هم متشابه‌اند.

ب) ساده شده‌ی عبارت $4x + 3y - x$ برابر با $6xy$ می‌باشد.

ج) تساوی $-(a - b) = b - a$ همواره برقرار است.

الف) درست، زیرا قسمت حرفی دو جمله کاملاً عین هم می‌باشد، طبق خاصیت جابجایی ضرب $xy = yx$

ب) نادرست $4x + 3y - x = 3x + 3y \neq 6xy$

ج) درست $-(a - b) = -a + b = b - a$

۲- در جمله‌های زیر جاهای خالی را با اعداد یا عبارت‌های مناسب کامل کنید.

الف) جمله‌ی « مجموع نصف عددی با قرینه‌ی همان عدد » به صورت جبری برابر است با

ب) محیط مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع $3m + 2$ به صورت جبری برابر است با

ج) ساده شده‌ی عبارت $-5x - (2x + y) + y$ دارای جمله است.

الف) $\frac{1}{2}x - x$

اگر عدد مورد نظر را با x نشان دهیم، نصف عدد را با $\frac{1}{2}x$ و قرینه‌ی عدد را با $-x$ نشان می‌دهیم پس جمله به

صورت جبری برابر است با : $\frac{1}{2}x + (-x) = \frac{1}{2}x - x$

ب) $3(3m + 2) = 9m + 6$

ج) یک جمله $-5x - 2(2x + y) + y = -5x - 2x - y + y = -7x$

۳- برای هر یک از جمله‌های زیر سه جمله‌ی متشابه دلخواه بنویسید.

الف) $2ab$

ب) $\frac{x}{3}$

✍ مسئله باز پاسخ می‌باشد.

الف) $2ab, -4ab, 0, 2ab, \frac{1}{5}ab, \dots$

ب) $\frac{x}{3}, -5x, 9x, 2\frac{1}{2}x, \dots$

۴- عبارتهای جبری زیر را ساده کنید.

الف) $\frac{x}{9} + 4x$

ب) $\frac{n}{2} - \frac{n}{3}$

ج) $2(ab - 5b) - 3(2ab - b)$

د) $k - (k - 3t) + (-6t)$

هـ) $-3(a - 4b - 7) + 6a + 3b - 4c$

و) $6(m - n) + (n - m)3$

ز) $2k + 5t - 3$

✍ الف) $\frac{x}{9} + 4x = (\frac{1}{9} + 4)x = 4\frac{1}{9}x$

ب) $\frac{n}{2} - \frac{n}{3} = (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})n = (\frac{3-2}{6})n = \frac{1}{6}n$

ج) $2(ab - 5b) - 3(2ab - b) = \underline{2ab} - \underline{10b} - \underline{6ab} + \underline{3b} = -4ab - 7b$

د) $k - (k - 3t) + (-6t) = \cancel{k} - \cancel{k} + 3t - 6t = -3t$

هـ) $-3(a - 4b - 7) + 6a + 3b - 4c = \underline{-3a} + \underline{12b} + \underline{21} + \underline{6a} + \underline{3b} - 4c = 3a + 15b + 21 - 4c$

و) $6(m - n) + (n - m)3 = \underline{6m} - \underline{6n} + \underline{3m} - \underline{3n} = 9m - 9n$

ز) $2k + 5t - 3$ ساده نمی‌شود.

۵- جاهای خالی را با عبارتهای مناسب کامل کنید.

الف) $2x - \dots + 5y + \dots = -3x + 6y$

ب) $-6a + \dots - 2a + \dots = -8a + 9b$

پاسخ اول (الف) $\begin{cases} 2x - (\Delta x) = -3x \\ +5y + (\gamma) = +6y \end{cases} \Rightarrow 2x - \Delta x + 5y + \gamma = -3x + 6y$

پاسخ دوم $\begin{cases} 2x + (-\Delta x) = -3x \\ -(-\gamma) + 5y = 6y \end{cases} \Rightarrow 2x - (-\gamma) + 5y + (-\Delta x) = -3x + 6y$

ب) مسئله باز پاسخ است، سه پاسخ نوشته می شود.

پاسخ اول $-6a + 2b - 2a + 5b = -8a + 9b$

پاسخ دوم $-6a + b - 2a + 8b = -8a + 9b$

پاسخ سوم $-6a + 2b - 2a + 7b = -8a + 9b$

۶- عبارتهای جبری زیر را به صورت کلامی بنویسید.

الف) $2x - 4$ $\Rightarrow$ ۴ واحد کمتر از ۲ برابر عددی

ب) $8a + 5b$ $\Rightarrow$ مجموع ۸ برابر عددی با ۵ برابر عددی دیگر

۷- جمله های زیر را به صورت عبارت جبری بنویسید.

الف) ۹ تا بیشتر از نصف عددی $\Rightarrow \frac{1}{2}x + 9$

ب) ۳ واحد کمتر از قرینه ی عددی $\Rightarrow -x - 3$

۸- طول و عرض مستطیلی پیدا کنید به طوریکه مساحت آن به صورت جبری برابر با $12a$ باشد.

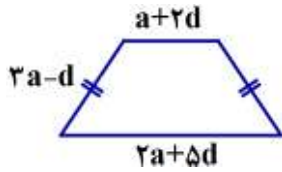
$\Rightarrow$ جواب مسئله باز پاسخ است، ۳ تا از پاسخ ها نوشته می شود.

پاسخ اول $12 = \text{عرض}$ و $a = \text{طول}$

$2 = \text{عرض}$ و $6a = \text{طول}$ پاسخ سوم

$3a = \text{عرض}$ و $4 = \text{طول}$ پاسخ دوم

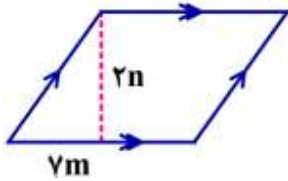
۹- محیط شکل زیر را به صورت جبری بنویسید.



$$P = 2(3a - d) + a + 2d + 2a + 5d$$

$$= \cancel{6a} - \cancel{2d} + \cancel{a} + \cancel{2d} + 2a + 5d = 9a + 5d$$

۱۰- مساحت متوازی الاضلاع زیر را به صورت جبری بنویسید.



$$S = \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} \rightarrow S = 7m \cdot 2n = 14mn$$

۱۱- عبارت جبری شامل ۴ جمله بنویسید که قابل ساده شدن نباشد.

مسئله باز پاسخ می باشد، ۳ تا از پاسخ ها نوشته می شود.

الف) $3x - 5y + 3z - 2$

ب) $2ab + 2bc + 2ac + 2$

ج) $0 + 3m + \frac{1}{2}n + 4t - 3k$

فرزندم



حالا با توجه به توضیحات نمونه سؤالات حل شده، انتظار دارم پاسخ فعالیت ها، کاردرکلاس ها و تمرینات

صفحه ۳۱ تا ۳۳ کتاب درسی را بنویسید.

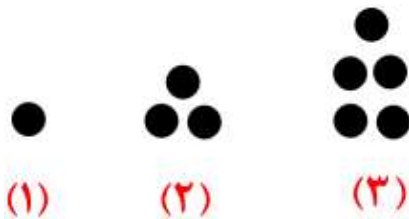
درس سوم : مقدار عددی یک عبارت جبری

در هر عبارت جبری، اگر به جای متغیر یا متغیرهای آن عدد یا عددهای معینی قرار دهیم یک مقدار عددی به دست می آید. می خواهیم به درس اول این فصل باز گردیم و مسئله‌هایی مشابه مسئله‌های درس اول را بررسی کنیم.

الف) در دنباله عددی ... و ۱۸ و ۱۵ و ۱۲ و ۹ و ۶ و ۳

n امین عدد (جمله‌ی n ام) به صورت $3n$ نمایش داده می‌شود. یعنی مقدار هر جمله، سه برابر شماره‌ی آن می‌باشد. مثلاً جمله‌ی چهارم برابر است با : $3 \times (4) = 12$ ، عدد ۱۲۰ مقدار عددی عبارت $3n$ به‌ازای $n = 40$ می‌باشد. مقدار عددی عبارت $3n$ ، به‌ازای $n = 17$ برابر است با : $3 \times (17) = 51$ یعنی جمله‌ی هفدهم این دنباله، ۵۱ است.

ب) در شکل‌های زیر، تعداد دایره‌های n امین شکل را با عبارت جبری $2n - 1$ نشان می‌دهیم.



بنابراین تعداد دایره‌های شکل دهم ($n = 10$) برابر است با :

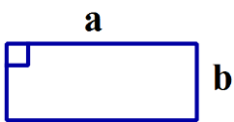
$$2 \times (10) - 1 = 20 - 1 = 19$$

در جدول زیر، مقدار عددی این عبارت را به‌ازای مقدارهای دیگری حساب

می‌کنیم :

شماره‌ی شکل (n)	۴	۷	۱۳
$2n - 1$ تعداد دایره‌ها	$2 \times (4) - 1 = 7$	$2 \times (7) - 1 = 13$	$2 \times (13) - 1 = 25$

ج) محیط مستطیل زیر به صورت جبری برابر است با : $P = 2(a + b)$



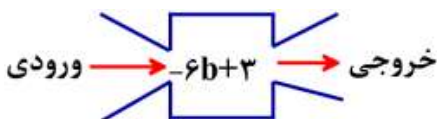
اگر طول برابر با ۴ و عرض برابر با ۲ باشد محیط برابر است با : $P = 2(4 + 2) = 2 \times 6 = 12$

عدد ۱۲ مقدار عددی عبارت $2(a + b)$ به‌ازای $a = 4$ و $b = 2$ می‌باشد.

مقدار عددی عبارت $2(a + b)$ به‌ازای $a = 5$ و $b = 3$ برابر است با : $2(5 + 3) = 2 \times 8 = 16$

د) دستگاه زیر را مشاهده کنید، هر عددی که به این دستگاه بدهیم، آن را در (-6) ضرب کرده و حاصل را با ۳ جمع

می‌کند. خروجی‌های این دستگاه را به‌ازای چند ورودی مختلف حساب می‌کنیم:



$$b = 2 \rightarrow -6 \times (2) + 3 = -12 + 3 = -9$$

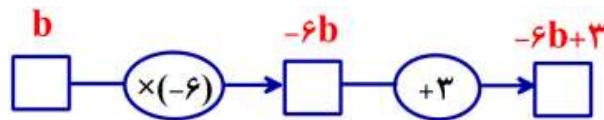
$$b = 0 \rightarrow -6 \times (0) + 3 = 0 + 3 = 3$$

$$b = -3 \rightarrow -6 \times (-3) + 3 = 18 + 3 = 21$$

جدول زیر، هر یک از ورودی‌های بالا را به همراه خروجی آن نشان می‌دهد :

b (ورودی)	۲	۰	-۳
$-6b + 3$ (خروجی)	-۹	۳	۲۱

می‌توانیم عملیاتی را که دستگاه بالا نشان می‌دهد با نمودار زیر نمایش دهیم :



برای بدست آوردن مقدار عددی یک عبارت جبری طبق مراحل زیر عمل می‌کنیم :

۱- جمله‌ها را از هم جدا می‌کنیم.

۲- در هر جمله به جای متغیر یا متغیرها، مقدار داده شده را قرار می‌دهیم.

۳- حاصل هر قسمت را بدست می‌آوریم.

۴- جواب نهایی را محاسبه می‌کنیم.

«تذکره ۱: برای حل تمام مسئله‌های مربوط به مقدار عددی هر عبارت، بهتر است عدد داده شده به جای

متغیر را داخل پرانتز جایگزین کنید.

✚ برای حساب کردن مقدار عددی یک عبارت، باید ترتیب انجام عمل‌های ریاضی را رعایت کنیم:

(۱) عبارت‌های داخل پرانتز (۲) ضرب و تقسیم (۳) جمع و تفریق

البته دقت کنیم که همه‌ی مراحل را از چپ به راست انجام دهیم.

✚ بعضی از عبارت‌ها دو یا چند متغیر متفاوت دارند. وقتی مقدار عددی این عبارت‌ها را حساب می‌کنیم

باید دقت کنیم که عدد مربوط به هر متغیر را در جای خودش جایگزین کنیم.

📖 مثال ۱: مقدار عددی عبارت $3m \times m - 6n$ را به ازای $m = -2$ و $n = \frac{1}{2}$ بدست آورید.

$$\text{✎ } \underbrace{3m \times m}_{m=-2, n=\frac{1}{2}} - \underbrace{6n}_{\frac{1}{2}} \xrightarrow{\quad} 3 \times (-2) \times (-2) - 6 \times \left(\frac{1}{2}\right) = 12 - 3 = 9$$

مثال ۲: مقدار عددی عبارت $\frac{c+4}{5+2c}$ را به ازای $c = -3$ بدست آورید.

$$\frac{c+4}{5+2c} \xrightarrow{c=-3} \frac{-3+4}{5+2(-3)} = \frac{1}{5-6} = \frac{1}{-1} = -1$$

مثال ۳: مقدار عددی $\frac{\frac{3}{5}a-6}{2b+1}$ را به ازای $a = 10, b = 4$ بدست آورید.

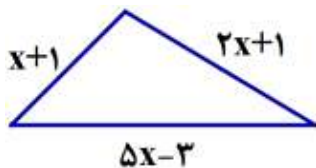
$$\frac{\frac{3}{5}a-6}{2b+1} \xrightarrow{a=10, b=4} \frac{\frac{3}{5} \times (10) - 6}{2 \times (4) + 1} = \frac{6-6}{9} = \frac{0}{9} = 0$$

بعضی اوقات در محاسبه‌ی مقدار عددی یک عبارت جبری، آن عبارت قابل ساده شدن می‌باشد در این صورت بهتر است برای آسان تر شدن و سریع تر شدن کار اول عبارت را ساده تر کنیم سپس مقدار عددی آن را حساب کنیم.

مثال ۴: مقدار عددی عبارت $3(2x-4y+2) + 2(x-2y+1)$ را به ازای $x = -1$ و $y = 2$ بدست آورید.

$$3(2x-4y+2) + 2(x-2y+1) = \underline{6x} - \underline{12y} + 6 + \underline{2x} - \underline{4y} + 2 = 8x - 16y + 8$$

$$8x - 16y + 8 \xrightarrow{x=-1, y=2} 8 \times (-1) - 16 \times (2) + 8 = -8 - 32 + 8 = -32$$



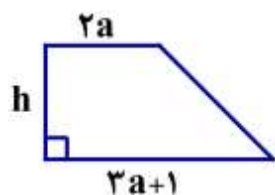
مثال ۵: مثلث مقابل را در نظر بگیرید.

الف) محیط آن را به صورت عبارت جبری بنویسید.

$$P = \underline{x+1} + \underline{2x+1} + \underline{5x-3} = 8x-1$$

ب) اگر $x = 2$ باشد مقدار عددی محیط را بدست آورید.

$$P = 8x-1 \xrightarrow{x=2} 8 \times 2 - 1 = 15$$



مثال ۶: دوزنقه مقابل را در نظر بگیرید :

الف) مساحت آن را به صورت جبری بنویسید.

$$S = \frac{(2a+1+2a) \cdot h}{2} = \frac{(4a+1)h}{2}$$

ب) اگر $a=1$ و $h=4$ باشد، مقدار مساحت را بدست آورید.

$$S = \frac{(4a+1)h}{2} \xrightarrow{a=1, h=4} S = \frac{(4 \times 1 + 1) \times 4}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

ایستگاه حل تمرین

۱- درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

الف) مقدار عددی عبارت $\frac{a}{5} - (-5)$ به‌ازای $a = -5$ برابر با صفر است.

ب) جمله‌ی ششم در الگوی $\frac{6b-3}{11}$ برابر با عدد ۳ می‌باشد.

ج) مقدار عددی عبارت $3x - (-x) \cdot (-x)$ به‌ازای $x = 3$ برابر با ۱۸ می‌باشد.

د) مقدار عددی عبارت‌های $3m+2$ و $5m+4$ به‌ازای $m = -1$ با هم برابرند.

الف) نادرست زیرا :

$$\frac{a}{5} - (-5) \xrightarrow{a=-5} \frac{-5}{5} - (-5) = -1 + 5 = 4$$

ب) درست زیرا :

$$\frac{6b-3}{11} \xrightarrow{b=6} \frac{6 \times 6 - 3}{11} = \frac{36 - 3}{11} = \frac{33}{11} = 3$$

ج) نادرست زیرا :

$$3x - (-x) \cdot (-x) \xrightarrow{x=3} 3 \times 3 - (-3) \times (-3) = 9 - 9 = 0$$

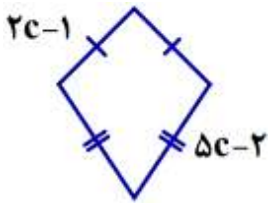
د) درست زیرا :

$$3m+2 \xrightarrow{m=-1} 3 \times (-1) + 2 = -3 + 2 = -1$$

$$5m+4 \xrightarrow{m=-1} 5 \times (-1) + 4 = -5 + 4 = -1$$

۲- جمله‌های زیر را با اعداد مناسب کامل کنید.

الف) محیط چهارضلعی مقابل به‌ازای $c = 2$ برابر با است.



ب) مقدار عددی عبارت $\frac{\frac{1}{2}n + 3}{-2n + \frac{1}{2}}$ به‌ازای $n = -2$ برابر با است.

ج) مقدار عددی $(x-5)(x+3)$ به‌ازای $x = \dots\dots\dots$ و $x = \dots\dots\dots$ برابر با صفر می‌باشد.

الف) ۲۲

$$P = 2(2c-1) + 2(5c-2) = 4c-2 + 10c-4 = 14c-6 \xrightarrow{c=2} 14 \times 2 - 6 = 28 - 6 = 22$$

ب) $\frac{4}{9}$

$$\frac{\frac{1}{2}n + 3}{-2n + \frac{1}{2}} \xrightarrow{n=-2} \frac{\frac{1}{2} \times (-2) + 3}{-2 \times (-2) + \frac{1}{2}} = \frac{-1 + 3}{4 + \frac{1}{2}} = \frac{2}{\frac{9}{2}} = \frac{4}{9}$$

ج) $x = 5, x = -3$

نکته: در صورتی حاصل ضرب دو عبارت برابر با صفر می‌باشد که حداقل یکی از آن عبارت‌ها برابر با صفر باشد.

$$x = 5 \rightarrow (5-5)(5+3) = 0 \times 8 = 0$$

لذا داریم :

$$x = -3 \rightarrow (-3-5)(-3+3) = (-8) \times 0 = 0$$

بنابراین عبارت $(x-5)(x+3)$ به‌ازای $x = 5$ و $x = -3$ برابر با صفر می‌باشد.

۳- در هر مورد گزینه درست را مشخص کنید.

الف) مقدار عددی عبارت $\frac{ab + 2b}{3a - 5}$ به‌ازای $a = +2$ و $b = -1$ برابر با کدام گزینه است؟

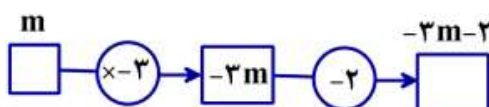
۴) -۶

۳) ۶

۲) -۴

۱) ۴

ب) حاصل نمودار مقابل به‌ازای $m = 2$ برابر است با



۴) -۸

۳) ۸

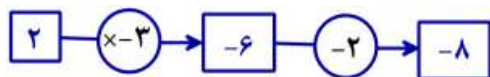
۲) ۵

۱) -۵

$$\frac{ab + 2b}{3a - 5} \xrightarrow{a=2, b=-1} \frac{2 \times -1 + 2 \times -1}{3 \times 2 - 5} = \frac{-2 - 2}{1} = -4$$

الف) گزینه ۲

ب) گزینه ۴



۴- جدول های زیر را کامل کنید.

الف)

n	-۲	۰	۳
$-4n + 1$			

ب)

a	۰	۲	۶
$\frac{2}{3}a - 1$			

الف)

n	-۲	۰	۳
$-4n + 1$	۹	۱	-۱۱

$$-4 \times (-2) + 1 = 8 + 1 = 9, \quad -4 \times (0) + 1 = 0 + 1 = 1, \quad -4 \times (3) + 1 = -12 + 1 = -11$$

ب)

a	۰	۲	۶
$\frac{2}{3}a - 1$	-۱	$\frac{1}{3}$	۳

$$\frac{2}{3} \times (0) - 1 = 0 - 1 = -1, \quad \frac{2}{3} \times (2) - 1 = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}, \quad \frac{2}{3} \times (6) - 1 = 4 - 1 = 3$$

۵- مقدار عددی هر یک از عبارت های زیر را به ازای مقادیر داده شده بدست آورید.

الف) $3xy - y \cdot y$ ($y = -2, x = 3$)

ب) $\frac{3m - 2n}{-5mn}$ ($m = 1, n = -2$)

الف)

$$3xy - y \cdot y \xrightarrow{y=-2, x=3} \overbrace{3 \times (3) \times (-2)}^{-18} - \overbrace{(-2) \times (-2)}^4 = -18 - 4 = -22$$

ب)

$$\frac{3m - 2n}{-5mn} \xrightarrow{m=1, n=-2} \frac{3 \times (1) - 2 \times (-2)}{-5 \times (1) \times (-2)} = \frac{3 + 4}{10} = \frac{7}{10}$$

۶- ابتدا هر یک از عبارتهای جبری داده شده را تا حد ممکن ساده کنید و سپس با توجه به مقادیر داده شده مقدار عددی آنها را حساب کنید.

الف) $-2(3k - t) + 4k - 3t =$ $(k = 5, t = -2)$

ب) $3(x + y - 1) - (3x - 2y + 1) =$ $(y = -3, x = -4)$

الف) $-2(3k - t) + 4k - 3t = -6k + 2t + 4k - 3t = -2k - t$

$-2k - t \xrightarrow{k=5, t=-2} -2 \times (5) - (-2) = -10 + 2 = -8$

ب) $3(x + y - 1) - (3x - 2y + 1) = \cancel{3x} + 3y - \cancel{3} - \cancel{3x} + 2y - \cancel{1} = 5y - 4$

$5y - 4 \xrightarrow{y=-3, x=-4} 5 \times (-3) - 4 = -15 - 4 = -19$

۷- در عبارت زیر اعداد طبیعی را به جای t, s قرار دهید به طوریکه تساوی برقرار باشد.

$s + 2t = 40$

برای پاسخ به این مسئله پاسخهای متفاوتی می توان نوشت ۴ مورد از آنها نوشته می شود:

الف) $s = 2, t = 19 \rightarrow 2 + 2 \times 19 = 40$

ب) $s = 4, t = 18 \rightarrow 4 + 2 \times 18 = 40$

ج) $s = 6, t = 17 \rightarrow 6 + 2 \times 17 = 40$

د) $s = 8, t = 16 \rightarrow 8 + 2 \times 16 = 40$

۸- در عبارت زیر اعداد صحیح را به جای a, b قرار دهید بطوریکه تساوی برقرار باشد.

$3a + b = -16$

این مسئله باز پاسخ می باشد، ۳ مورد از پاسخها نوشته می شود.

الف) $a = -3, b = -7 \rightarrow 3 \times (-3) + (-7) = -9 - 7 = -16$

ب) $a = 0, b = -16 \rightarrow 3 \times (0) + (-16) = 0 - 16 = -16$

ج) $a = 2, b = -22 \rightarrow 3 \times (2) + (-22) = 6 - 22 = -16$

فرزندم



حالا با توجه به توضیحات نمونه سؤالات حل شده، انتظار داریم پاسخ فعالیتها، کاردرکلاسها و تمرینات

صفحه ۳۴ تا ۳۶ کتاب درسی را بنویسید.

درس چهارم : معادله



در دوره‌ی ابتدایی گاهی با عبارت‌هایی مانند عبارت‌های زیر برخورد کرده‌ایم :

$$\square - 5 = 12, \quad 6 \times \square = 54, \quad 2 \times (\square + 3) = 18, \quad \square + 2 = \square + 2, \quad \square \cdot \square = 9$$

در هر یک از عبارت‌های فوق، اگر داخل مربع عدد یا عددهای مشخصی را قرار دهیم، یک رابطه‌ی درست می‌رسیم و به اصطلاح تساوی برقرار می‌شود.

در چنین عبارت‌هایی اگر به جای $\square$ از حروف انگلیسی استفاده کنیم یک تساوی جبری بدست می‌آید مانند :

$$x - 5 = 12, \quad 6a = 54, \quad 2(n + 3) = 18, \quad x + 2 = x + 2, \quad b \cdot b = 9$$

معادله :

معادله یک تساوی جبری است که به‌ازای بعضی عددها به یک تساوی عددی درست تبدیل می‌شود.

برای مثال : $4a = 20$ و $5x - 2 = 13$ معادله‌اند اما تساوی جبری $x + 2 = x + 2$ معادله نیست.

عدد یا عددهایی که به‌ازای آن‌ها تساوی عددی برقرار می‌گردد « **جواب معادله** » می‌باشد.

در معادله به متغیر « **مجهول** » می‌گوئیم. برای مثال در معادله $5x - 2 = 13$ ، متغیر یا مجهول حرف x ، ضریب مجهول عدد ۵ و مقادیر معلوم عددهای ۲- و ۱۳ می‌باشند.

منظور از **حل کردن یک معادله** یافتن مقدار مجهول یعنی پیدا کردن جواب معادله است که در واقع باید عددی را بیابیم که به‌ازای آن مقدار عددی تساوی درست باشد.

بعضی از معادله‌ها یک جواب دارند و بعضی از معادله‌ها ممکن است چند جواب داشته باشند و بعضی از معادله‌ها جواب ندارند یعنی به‌ازای هیچ عددی تساوی درستی برقرار نمی‌گردد.



معادله‌ی $5x - 3 = 17$ را در نظر بگیرید. برای حل این معادله می‌توانیم از راهبرد حدس و آزمایش استفاده کنیم به جدول زیر نگاه کنید.

x	۲	۳	۴
$5x - 3 = 17$	$5 \times 2 - 3 = 7 \neq 17$	$5 \times 3 - 3 = 12 \neq 17$	$5 \times 4 - 3 = 17 = 17$
بررسی	جواب از ۲ بیشتر است	جواب از ۳ بیشتر است	جواب درست

جواب معادله $x = 4$ می‌باشد.

مثال ۱: پاسخ معادله‌های زیر را با راهبرد حدس و آزمایش پیدا کنید.

الف) $4(x - 3) = -4$

پاسخ :

x	۱	۲
$4(x - 3) = -4$	$4(1 - 3) = 4 \times -2 = -8 \neq -4$	$4(2 - 3) = 4 \times -1 = -4 = -4$
بررسی	جواب از ۱ بیشتر است	جواب درست

جواب معادله $x = 2$ می‌باشد.

ب) $a.a = 16$

پاسخ :

a	۴	-۴
$a.a = 16$	$4 \times 4 = 16 = 16$	$-4 \times -4 = 16 = 16$
بررسی	جواب درست	جواب درست

جواب‌های معادله $a = 4$ و $a = -4$ می‌باشند.

بعضی از معادله‌های ساده با راهبرد حدس و آزمایش حل می‌شوند. گاهی حتی ممکن است در اولین حدس به جواب برسیم اما برای بسیاری از معادله‌ها روش مناسبی نیست بنابراین باید از روش مناسب‌تری استفاده کنیم در این جا از روش جبری برای حل معادله کمک می‌گیریم.

◀ حل معادله به روش جبری :

یک ترازوی دو کفه‌ای مانند شکل روبرو را در نظر بگیرید. در این ترازو داریم :



۶ سیب = ۱ وزنه‌ی یک کیلوگرمی

- اگر به هر کفه‌ی ترازو، ۲ وزنه‌ی یک کیلوگرمی اضافه کنیم تعادل به هم نمی‌خورد.
- اگر ۵/۰ کیلوگرم از جرم هر کفه‌ی ترازو کم کنیم تعادل به هم نمی‌خورد.
- اگر جرم هر کفه‌ی ترازو را ۳ برابر کنیم تعادل به هم نمی‌خورد.
- اگر جرم هر کفه‌ی ترازو را نصف کنیم تعادل به هم نمی‌خورد.

برای حل یک معادله به نکات زیر توجه کنید.



① اگر به دو طرف یک تساوی، عدد دلخواهی را اضافه و یا کم کنیم بازهم تساوی برقرار است.

مثال ۲:

$$6 = 6$$

$$3 = 3$$

$$6 - 2 = 6 - 2$$

$$3 + 5 = 3 + 5$$

$$4 = 4$$

$$8 = 8$$

(اگر $a = b$ و c عددی دلخواه باشد آن گاه $a + c = b + c$ و $a - c = b - c$)

② اگر دو طرف یک تساوی را در عدد دلخواهی ضرب یا بر عدد دلخواهی (غیر از صفر) تقسیم کنیم بازهم تساوی برقرار است.

(اگر $a = b$ و c عددی دلخواه باشد آن گاه $ac = bc$ و اگر $a = b$ و $c \neq 0$ آنگاه $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$)

با استفاده از نکات بالا و با انجام عملیات ساده جبری و محاسبات عددی سعی می کنیم که مجهول های معادله را در یک طرف و مقدارهای معلوم را در طرف دیگر قرار دهیم و معادله را حل کنیم.

مثال ۳: معادله های زیر را حل کنید.

الف) $6a + 2 = 20$

$$6a + 2 - 2 = 20 - 2 \rightarrow 6a = 18$$

پاسخ : از هر طرف تساوی ۲ واحد کم می کنیم :

$$6a = 18 \rightarrow \frac{6a}{6} = \frac{18}{6} \rightarrow a = 3$$

هر دو طرف تساوی را بر ضریب مجهول یعنی ۶ تقسیم می کنیم.

جواب معادله $a = 3$ می باشد.

ب) $4x - 5 = 2x$

$$4x - 5 - 2x = 2x - 2x \rightarrow 2x - 5 = 0$$

پاسخ : از هر دو طرف تساوی $2x$ را کم می کنیم.

$$2x - 5 + 5 = 0 + 5 \rightarrow 2x = 5$$

به هر دو طرف ۵ واحد اضافه می کنیم.

$$\frac{2x}{2} = \frac{5}{2} \rightarrow x = \frac{5}{2}$$

هر دو طرف را به ضریب مجهول (عدد ۲) تقسیم می کنیم.

جواب معادله $x = \frac{5}{2}$ می باشد.



برای اینکه جواب معادله را سریع تر بدست آوریم. می توانیم از روش خلاصه تری استفاده کنیم :

◀ **مرحله ۱:** جمله های دارای مجهول را به یک طرف و جمله هایی با عددهای معلوم را به طرف دیگر تساوی انتقال می دهیم.

* توجه : هنگام جابه جایی هر جمله از یک طرف به طرف دیگر تساوی، باید آن جمله را قرینه کنیم.

◀ **مرحله ۲:** سپس هر طرف تساوی را ساده کرده و تا حد ممکن به صورت ساده تری می نویسیم.

◀ **مرحله ۳:** آن گاه طرف معلوم تساوی را بر ضریب مجهول تقسیم کرده و حاصل را بدست می آوریم.

مراحل حل معادله های بالا را می توانیم به صورت زیر خلاصه کنیم :

$$\text{الف) } 6a + 2 = 20 \rightarrow 6a = 20 - 2 = 18 \rightarrow 6a = 18 \rightarrow a = \frac{18}{6} = 3 \rightarrow a = 3$$

$$\text{ب) } 4x - 5 = 2x \rightarrow 4x - 2x = 5 \rightarrow 2x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{2}$$

◀ **تذکر ۱:** گاهی لازم است قبل از شروع حل معادله عبارت های داده شده را ساده تر کنیم.

📖 **مثال ۴:** معادله های زیر را حل کنید.

$$\text{الف) } 3(3x - 4) = -3(x - 5) + 3$$

$$\text{ب) } 9x - 12 = -3x + 15 + 3 \rightarrow 9x + 3x = 15 + 3 + 12 \rightarrow 12x = 30 \rightarrow x = \frac{30}{12} = \frac{5}{2} \rightarrow x = \frac{5}{2}$$

◀ **تذکر ۲:** اگر در جواب معادله صورت بر مخرج بخش پذیر نبود کسر را تا حد امکان ساده می کنیم.

$$\text{ب) } 2x - 3(x + 1) - 4x + 13 = 0$$

$$\text{ب) } 2x - 3x - 3 - 4x + 13 = 0 \rightarrow 2x - 3x - 4x = 0 + 3 - 13 \rightarrow -5x = -10 \rightarrow x = \frac{-10}{-5} = +2 \rightarrow x = 2$$

◀ **تذکر ۳:** اگر در تقسیم دو علامت وجود داشت با تقسیم علامت ها جواب را با یک علامت می نویسیم.

$$\text{ج) } 4(x - 3) = 2(10x - 1) + 2(2x)$$

$$4x - 12 = 20x - 2 + 4x \rightarrow \cancel{4x} - 20x - \cancel{4x} = -2 + 12 \rightarrow -20x = 10 \rightarrow x = \frac{10}{-20} = -\frac{1}{2}$$

اشتباه نکنیم



بعضی از دانش آموزان فکر می کنند که چون ۲۰ بر ۱۰ بخش پذیر است پس برای بدست آوردن x باید ۲۰ را بر ۱۰ تقسیم کنند که این موضوع اشتباه است. ما باید عدد معلوم را بر ضریب مجهول تقسیم کنیم حتی اگر عدد معلوم کوچکتر از ضریب مجهول باشد.

❑ امتحان جواب معادله :

برای اطمینان از درستی جواب معادله می توان مقدار بدست آمده را به جای مجهول جای گذاری کنیم اگر یک تساوی عددی درست بدست آمد جواب معادله درست و در غیر اینصورت جواب اشتباه است.

📖 **مثال ۵:** آیا $x = 4$ جواب معادله $\frac{x-3}{2} - \frac{x-3}{3} = \frac{1}{6}$ است؟ چرا؟

✍️ کافی است به جای x عدد ۴ را قرار دهیم به این ترتیب خواهیم داشت :

$$\frac{4-3}{2} - \frac{4-3}{3} \stackrel{?}{=} \frac{1}{6} \rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \stackrel{?}{=} \frac{1}{6} \rightarrow \frac{3}{6} - \frac{2}{6} \stackrel{?}{=} \frac{1}{6} \rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

پس $x = 4$ جواب معادله می باشد.

📖 **مثال ۶:** آیا $x = -3$ جواب معادله $x \cdot x - 4 = 2$ می باشد؟ چرا؟

✍️ $(-3) \cdot (-3) - 4 \stackrel{?}{=} 2 \rightarrow 9 - 4 \stackrel{?}{=} 2 \rightarrow 5 \neq 2$

عدد ۳- جاب معادله نیست .

❑ حل مسئله به کمک معادله :

در فصل اول کتاب با روش نمادین برای حل مسئله آشنا شدیم اگر در این روش از حروف انگلیسی استفاده کنیم می توانیم مسئله را به معادله تبدیل کنیم.

برای حل مسئله با استفاده از معادله به صورت زیر عمل می کنیم :

ابتدا مجهول را با یک حرف (متغیر) معرفی می کنیم و سپس عبارت کلامی داده شده در سوال را به صورت جبری در می آوریم و یک معادله تشکیل می دهیم و آن گاه معادله ی بدست آمده را حل می کنیم.

📖 **مثال ۷:** ۵ برابر عددی را با ۳ جمع کرده‌ایم، حاصل ۳۸ شده است آن عدد چیست؟

عدد مورد نظر $x =$ ؟

$$5x + 3 = 38 \rightarrow 5x = 38 - 3 \rightarrow 5x = 35 \rightarrow x = \frac{35}{5} = 7$$

📖 **مثال ۸:** ساواش برای خرید ۳ بستنی، ۱۰۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۱۰۰۰ تومان پس گرفت، قیمت هر بستنی

چند تومان بوده است؟

قیمت بستنی (برحسب تومان) $x =$ ؟

$$3x + 1000 = 10000 \rightarrow 3x = 10000 - 1000 = 9000 \rightarrow 3x = 9000 \rightarrow x = \frac{9000}{3} = 3000$$

قیمت هر بستنی $x = 3000 \rightarrow$

📖 **مثال ۹:** سه عدد طبیعی متوالی پیدا کنید که مجموع آن‌ها ۳۹ باشد.

✍ در این جا سه مجهول داریم که با توجه به اینکه هر دو عدد طبیعی یک واحد از هم فاصله دارند. می‌توانید

کوچکترین آن‌ها را x در نظر بگیریم و دو عدد بعدی را به ترتیب $x+1$ و $x+2$ به این ترتیب معادله زیر تشکیل

$$x + (x+1) + (x+2) = 39 \quad \text{می‌شود:}$$

سمت چپ معادله را به صورت ساده‌تری مینویسیم:

$$3x + 3 = 39 \rightarrow 3x = 39 - 3 = 36 \rightarrow x = \frac{36}{3} = 12 \rightarrow x = 12$$

$$\text{پس: } x = 12, x+1 = 13, x+2 = 14$$

هنگام تشکیل معادله، می‌توانستیم عدد دیگری را به عنوان مجهول انتخاب کنیم مثلاً اگر عدد وسطی را به عنوان

مجهول انتخاب می‌کردیم معادله زیر تشکیل می‌شد که حل آن ساده‌تر بود.

$$(x-1) + x + (x+1) = 39 \rightarrow 3x = 39 \rightarrow x = \frac{39}{3} = 13 \rightarrow x = 13$$

$$\text{پس: } x-1 = 12, x = 13, x+1 = 14$$

البته فراموش نکنیم که با حل این معادله، عدد وسط را بدست می‌آوریم و برای یافتن مجهول کوچکتر، باید یک

واحد از آن کم کنیم و برای پیدا کردن مجهول بزرگتر؛ یک واحد به آن اضافه کنیم.

ایستگاه حل تمرین



۱- درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

الف) به هر تساوی جبری یک معادله گفته می‌شود.

ب) جواب معادله‌ی $-4x = 0$ مساوی ۴ می‌باشد.

ج) اگر به طرفین یک تساوی مقدار ثابتی کم یا اضافه شود جواب معادله تغییر نمی‌کند.

پاسخ : الف) نادرست

$$-4x = 0 \rightarrow x = \frac{0}{-4} = 0 \rightarrow x = 0$$

ب) نادرست

ج) درست

۲- جمله‌های زیر را با اعداد مناسب کامل کنید.

الف) در معادله $12 - x = 3$ عدد ضریب مجهول می‌باشد.

ب) اگر ربع عددی مساوی ۲۰- باشد معادله آن به صورت خواهد بود.

ج) جواب معادله‌ی $\frac{1}{3}x = \frac{7}{3}$ برابر با عدد می‌باشد.

$$\frac{1}{4}x = -20 \quad \text{ب)}$$

پاسخ : الف) ۱-

$$\frac{1}{3}x = \frac{7}{3} \rightarrow x = \frac{7}{3} \div \frac{1}{3} = 7 \quad \text{ج)}$$

۳- در هر مورد گزینه‌ی درست را مشخص کنید.

الف) جواب معادله $x \cdot x = -16$ کدام گزینه است؟

۴) گزینه ۱ و ۲

۳) معادله جواب ندارد

۲) ۴-

۱) ۴

ب) جواب معادله $\frac{3x-15}{x} = 0$ کدام گزینه است؟

۴) ۱۵

۳) صفر

۲) ۵

۱) -۵

پاسخ : الف) گزینه ۳ : زیرا نمی توان عددی پیدا کرد که اگر در خودش ضرب شود حاصل عددی منفی شود.

$$\frac{3x-15}{x} = 0 \rightarrow 3x-15=0 \rightarrow 3x=15 \rightarrow x=\frac{15}{3}=5$$

ب) گزینه ۲

۴- معادله های زیر را حل کنید.

الف) $-3x+4=-8$

ب) $-8x-14=5x+1$

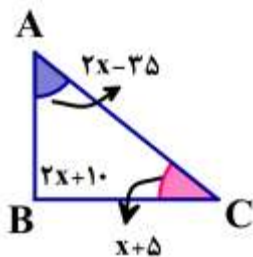
ج) $3(2x-4)=-(x+6)-7x$

الف) : پاسخ $-3x+4=-8 \rightarrow -3x=-8-4 \rightarrow -3x=-12 \rightarrow x=\frac{-12}{-3}=+4 \rightarrow x=4$

ب) $-8x-14=5x+1 \rightarrow -8x-5x=-1+14 \rightarrow -13x=13 \rightarrow x=\frac{13}{-13} \rightarrow x=-1$

ج) $3(2x-4)=-(x+6)-7x \rightarrow 6x-12=-x-6-7x \rightarrow 6x+x+7x=12-6 \rightarrow 14x=6$

$$\rightarrow x=\frac{6}{14}=\frac{3}{7} \rightarrow x=\frac{3}{7}$$



۵- در مثلث مقابل اندازه های هر زاویه را بدست آورید و نوع مثلث را مشخص کنید.

$$2x-35+2x+10+x+5=180 \rightarrow 2x+2x+x=35-10-5+180$$

$$\rightarrow 5x=200 \rightarrow x=\frac{200}{5}=40 \rightarrow x=40$$

$$\hat{A}=2x-35 \xrightarrow{x=40} \hat{A}=2 \times 40-35=45^\circ$$

$$\hat{B}=2x+10 \xrightarrow{x=40} \hat{B}=2 \times 40+10=90, \hat{C}=x+5 \xrightarrow{x=40} \hat{C}=40+5=45$$

مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین می باشد.

۵- آیا $x=-8$ جواب معادله $x(x+8)=0$ می باشد؟ چرا؟

پاسخ : بله $x=-8$ جواب معادله است. زیرا اگر به جای x مقدار -8 را جایگذاری کنیم تساوی جبری به یک

تساوی عددی درست تبدیل می شود.

$$(-8) \times (-8+8) \stackrel{?}{=} 0 \rightarrow -8 \times 0 = 0 \quad \checkmark$$

۶- مجموع عددی با نصف خودش برابر با ۱۵ شده است. آن عدد را به کمک معادله پیدا کنید.

$$\text{پاسخ : } x + \frac{1}{2}x = 15 \rightarrow \frac{3}{2}x = 15 \rightarrow x = 15 \div \frac{3}{2} = \frac{15}{1} \times \frac{2}{3} = 10 \rightarrow x = 10$$

۷- هنگام تولد حسین، پدرش ۳۴ ساله بود. اگر حالا مجموع سن آنها ۶۲ سال باشد، سن حسین چقدر است؟

$$\text{پاسخ : سن پدر} = x + 34 \quad \text{سن حسین} = x$$

$$x + x + 34 = 62 \rightarrow 2x = 62 - 34 = 28 \rightarrow 2x = 28 \rightarrow x = \frac{28}{2} = 14 \rightarrow x = 14$$

سن پدر حسین $14 + 34 = 48$

۸- طول و عرض مستطیلی را پیدا کنید که محیط آن ۴۰ سانتی متر باشد. (با معادله)

$$\text{پاسخ : } 2(x + y) = 40 \rightarrow x + y = 20 \quad \text{عرض} = y \quad \text{طول} = x$$

دو عدد باید پیدا کنیم که مجموع آن ها ۲۰ باشد. جواب معادله باز پاسخ می باشد.

دو مورد از پاسخ ها را می نویسیم.

$$\text{الف) } x = 15, y = 5$$

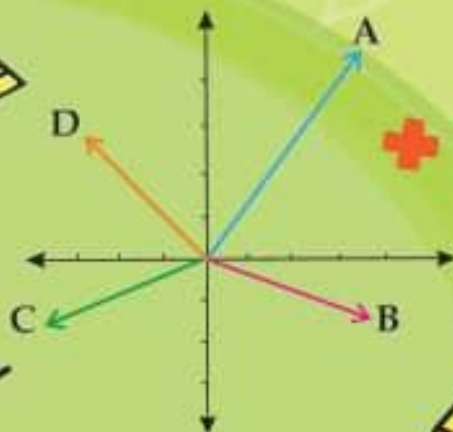
$$\text{ب) } x = 10/5, y = 9/5$$

فرزندم

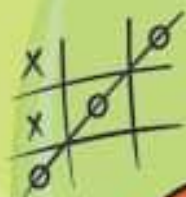


حالا با توجه به توضیحات نمونه سوالات حل شده، انتظار دارم پاسخ فعالیت ها، کاردرکلاس ها و تمرینات صفحه ۳۷ و ۴۰ کتاب درسی را بنویسید.

همراه با درسنامه



$$x^2 = x \cdot x$$



ریاضی هفتم

- نکات و توضیحات کتاب ریاضی
- پایه هفتم
- دوره اول متوسطه
- گروه آموزشی ریاضی متوسطه اول استان خوزستان

فصل چهار: هندسه و استدلال

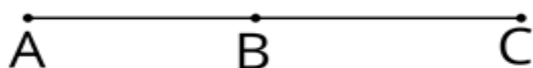
علی لیلتن

مدرسه تعطیل است ولی آموزش تعطیل نیست.

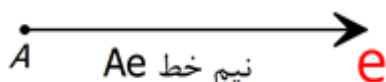
درس اول : روابط بین پاره خط ها

در ریاضیات برای نامگذاری شکل ها از حروف انگلیسی استفاده می کنیم.

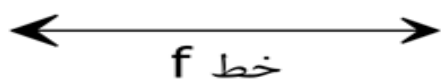
نقطه ها را با حروف بزرگ انگلیسی نامگذاری می کنیم مثلاً در پاره خط زیر سه نقطه A و B و C قرار دارند .



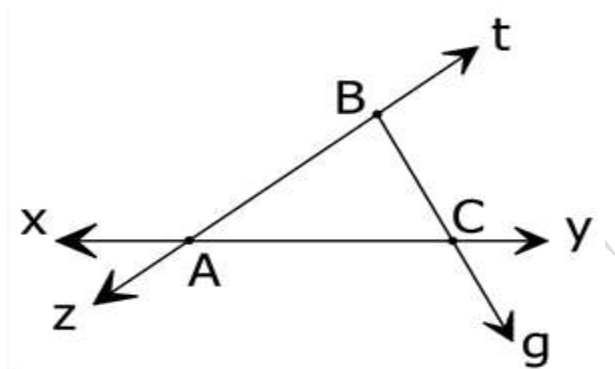
برای نامگذاری امتداد خط ها که در شکل با پیکانه نشان می دهیم از حروف کوچک استفاده می کنیم (حرف کوچک انگلیسی سمت پیکانه نوشته می شود)



نکته: برای نامگذاری خط ها می توان از یک حرف کوچک انگلیسی نیز استفاده کرد.



مثال: در شکل زیر نام خط ها نیم خط ها و پاره خط ها را بنویسید.



پاسخ:

خط ها: xy و zt

پاره خط ها: AB و BC و AC

(موقع نامگذاری پاره خط ها فرقی ندارد کدام نقطه را اول بنویسیم مثلاً

AB با BA تفاوتی ندارد)

نیم خط ها:

برای مشخص کردن نیم خط ها از راهبرد الگوسازی استفاده می کنیم بدین صورت که یک نقطه روی یک خط را ثابت در نظر

میگیریم و نیم خط های محدود به آن را می یابیم.

Ax و Ay و Az و At : نیم خط های محدود به A

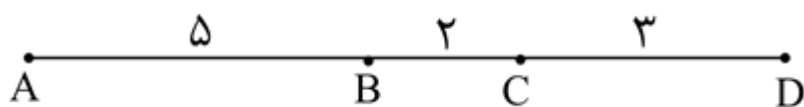
Bt و Bz و Bg : نیم خط های محدود به B

Cx و Cy و Cg : نیم خط های محدود به C

قرارداد: طول یک پاره خط را با قرار دادن یک پاره خط کوچک در بالای نام آن نشان می دهیم برای مثال $\overline{BC}$ یعنی طول پاره

خط BC

مثال: در شکل زیر فاصله بین دو نقطه متوالی (پشت سر هم) برحسب متر داده شده است طول پاره های AC و BD را به دست آورید.



پاسخ:

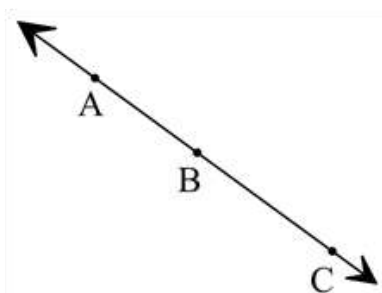
$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} = 5 + 2 = 7$$

طول پاره خط BD = طول پاره خط AB + طول پاره خط AC

به همین ترتیب برای پاره خط BD داریم:

$$\overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CD} = 2 + 3 = 5$$

مثال: در شکل مقابل نقاط A و B و C روی یک خط قرار دارند رابطه های زیر را کامل کنید.

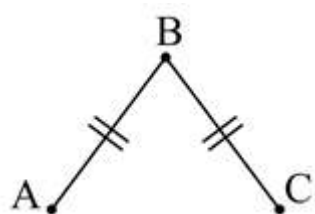


$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$$

$$\overline{AC} - \overline{AB} = \overline{BC}$$

$$\overline{AC} - \dots = \overline{AB}$$

$$\overline{CB} + \overline{BA} = \dots$$

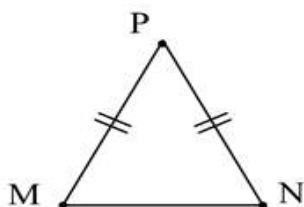


پاره خط های مساوی را در شکل به صورت زیر مشخص می کنیم :

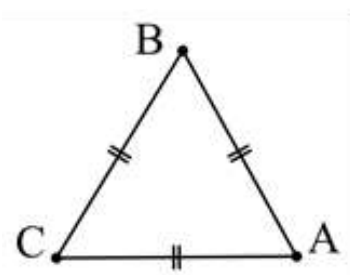
علامت ها نشان می دهند که :

$$\overline{BA} = \overline{BC}$$

مثلاً در مثلث متساوی الساقین زیر دو ساق PM و PN با هم برابرند.

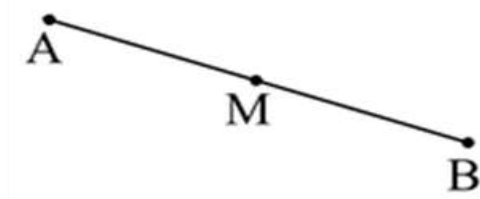


یا در مثلث متساوی الاضلاع اندازه سه ضلع با هم برابرند.



$$\overline{AC} = \overline{AB} = \overline{BC}$$

مثال: در شکل مقابل M وسط پاره خط AB است:



الف) اندازه کدام دو پاره خط با هم مساوی اند؟

..... =

تساوی این دو پاره خط را با علامت گذاری یکسان روی شکل نشان دهید.

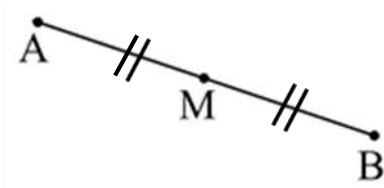
ب) تساوی های زیر را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید:

$$\overline{AB} = \dots\dots \overline{AM}$$

$$\overline{MB} = \dots\dots \overline{AB}$$

پاسخ:

الف)



$$\overline{AM} = \overline{MB}$$

ب)

$$\overline{AB} = 2\overline{AM}$$

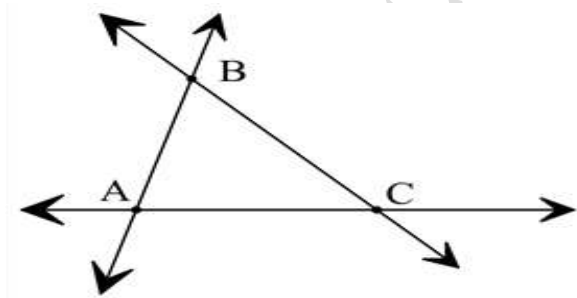
طول پاره خط AB دو برابر طول پاره خط AM است.

$$\overline{MB} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

طول پاره خط MB نصف طول پاره خط AB است.

مثال: در شکل زیر نقاط A و B و C روی یک خط قرار ندارند بنابراین نقاط A و B و C تشکیل یک مثلث می دهند این مثلث

نام دارد و آن را با نماد $\triangle ABC$ یا $\triangle ABC$ نشان می دهیم.



با اندازه گیری طول پاره خط ها می توان رابطه های زیر را نوشت:

$$\overline{AB} + \overline{BC} > \overline{AC}$$

$$\overline{AB} + \overline{AC} > \overline{BC}$$

$$\overline{AC} + \overline{BC} > \overline{AB}$$

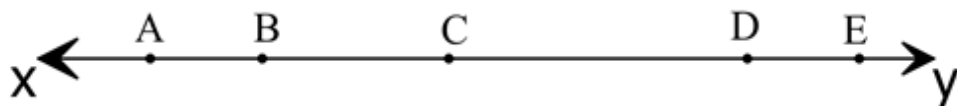
نابرابری های بالا برای هر مثلث دلخواه دیگری نیز برقرار است که به **نامساوی مثلث** مشهور است.

نامساوی مثلث: در هر مثلث مجموع اندازه های دو ضلع، از اندازه ضلع سوم بیشتر است.

مثال: در شکل مقابل نقاط A و B و C و D و E روی یک خط قرار دارند:

الف) چند پاره خط در شکل وجود دارد؟

ب) چند نیم خط در شکل وجود دارد؟



پاسخ:

AE و AD و AC و AB : پاره خط های محدود به A

(الف)

BE و BD و BC : پاره خط های محدود به B

CE و CD : پاره خط های محدود به C

DE : پاره خط های محدود به D

تعداد کل پاره خط ها: $1 + 2 + 3 + 4 = 10$

(توجه کنید که پاره خط BC و CB تفاوتی ندارند به همین دلیل پاره خط CB را ننوشتیم)

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

نکته: اگر n نقطه روی یک خط باشد آنگاه تعداد پاره خط ها برابرند با:

(در قسمت الف $n = 5$ بود)

(ب)

Ax و Ay : نیم خط های محدود به A

Bx و By : نیم خط های محدود به B

Cx و Cy : نیم خط های محدود به C

Dx و Dy : نیم خط های محدود به D

Ex و Ey : نیم خط های محدود به E

توجه کنیم که به ازای هر نقطه دو نیم خط وجود دارد پس تعداد کل نیم خط ها برابر با $10 = 5 \times 2$ است.

نکته: اگر روی یک خط n نقطه وجود داشته باشد تعداد نیم خط ها برابر با $2 \times n$ است. (در قسمت ب $n = 5$ بود)

مثال: اگر پاره خط های AB و BC و CD و DE با هم برابر باشند، تساوی ها را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.



$$\overline{AC} = \frac{2}{5} \overline{AB}$$

$$\overline{CE} = \frac{1}{2} \overline{AE}$$

$$\overline{AE} = \frac{1}{3} \overline{BE}$$

$$\overline{BC} = \frac{1}{4} \overline{BC}$$

مثال: در شکل زیر نقاط A و B و C و D روی یک خط قرار گرفته اند.

می دانیم: $\overline{AB} = \overline{CD}$ (یعنی طول پاره خط AB برابر با طول پاره خط AC است).

کدام پاره خط هم اندازه AC است؟ چرا؟

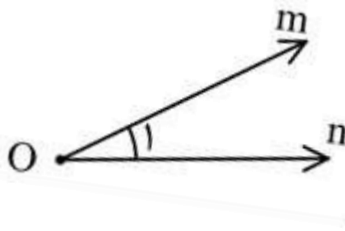


پاسخ: پاره خط BD . زیرا:

$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} \xrightarrow{\overline{AB} = \overline{CD}} \overline{AC} = \overline{CD} + \overline{BC} = \overline{BD} \Rightarrow \overline{AC} = \overline{BD}$$

درس دوم: روابط بین زاویه ها

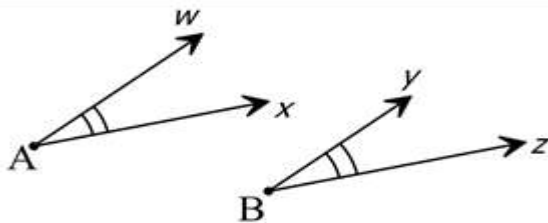
برای نام گذاری زاویه ها طبق قراردادهایی که در درس قبل داشتیم می توان رأس (یک نقطه) را با حروف بزرگ انگلیسی و دو ضلع زاویه (دو نیم خط) را با حروف کوچک انگلیسی نمایش دهیم .



شکل نمایش یک زاویه منحصر به فرد نیست . به طور مثال زاویه داده شده را می توان به صورت های $m\hat{O}n$ یا $\hat{O}$ یا $\hat{O}_1$ یا $\hat{A}$ نشان دهیم . علامت « ^ » که در بالای اسامی زاویه ها نوشته شده است نماد زاویه می باشد.

دو زاویه مساوی را در شکل به صورت زیر مشخص می کنیم :

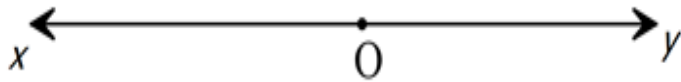
علامت ها نشان می دهند که :



$$w\hat{A}x = y\hat{B}z$$

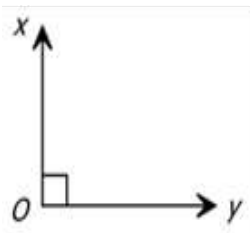
انواع زاویه و نامگذاری آن ها :

(۱) زاویه نیم صفحه



$$x\hat{O}y = 180^\circ$$

(۲) زاویه راست

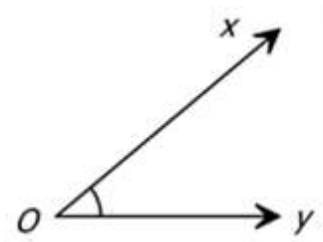


$$x\hat{O}y = 90^\circ$$

(۳) زاویه تند

$$x\hat{O}y < 90^\circ$$

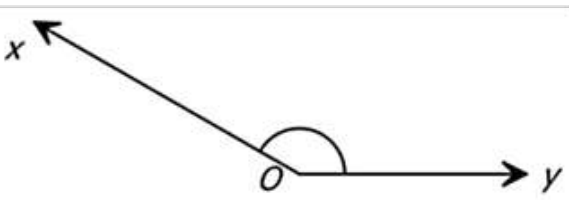
اندازه زاویه کوچکتر از ۹۰ درجه است .



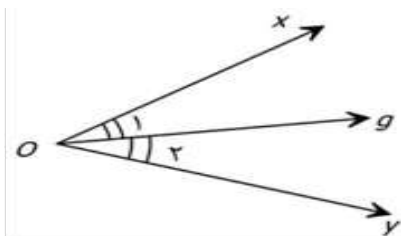
(۴) زاویه باز

$$90^\circ < x\hat{O}y < 180^\circ$$

اندازه زاویه بزرگتر از ۹۰ درجه و کوچکتر از ۱۸۰ درجه است .



نیمساز : خطی است که شروع آن از رأس زاویه است و زاویه را به دو زاویه برابر تقسیم می کند (زاویه را نصف می کند)



به طور مثال در شکل مقابل Og نیمساز زاویه $x\hat{O}y$ است پس :

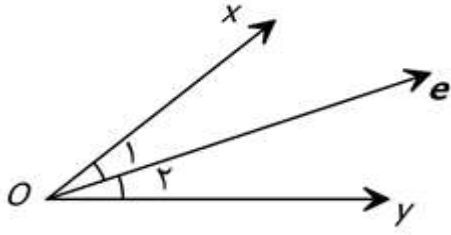
$$x\hat{O}g = y\hat{O}g$$

همانطور که مشاهده می کنید تساوی دو زاویه را با علامت گذاری یکسان روی شکل نشان داده ایم.

مثال: در شکل مقابل $\widehat{xOy} = 45^\circ$ است اگر oe نیمساز زاویه $\widehat{xOy}$ باشد اندازه $\widehat{O_1}$ را بیابید.

پاسخ: چون oe نیمساز زاویه $\widehat{xOy}$ است پس آن را به دو قسمت مساوی

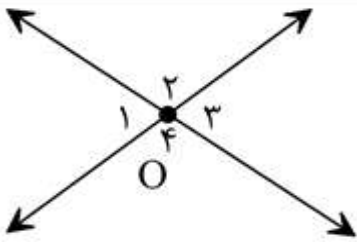
تقسیم می کند. پس:



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{O_1} + \widehat{O_2} = 45^\circ \\ \widehat{O_1} = \widehat{O_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{O_1} = 22.5$$

مثال: در شکل مقابل دو خط یکدیگر را در نقطه O قطع کرده اند چرا $\widehat{O_1} = \widehat{O_3}$ و $\widehat{O_2} = \widehat{O_4}$ ؟

پاسخ:



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{O_1} + \widehat{O_2} = 180^\circ \\ \widehat{O_3} + \widehat{O_2} = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{O_1} + \cancel{\widehat{O_2}} = \widehat{O_3} + \cancel{\widehat{O_2}} \Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{O_3}$$

به همین ترتیب می توان تساوی $\widehat{O_2}$ و $\widehat{O_4}$ را نشان داد:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{O_1} + \widehat{O_2} = 180^\circ \\ \widehat{O_1} + \widehat{O_4} = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \dots + \dots = \dots + \dots \Rightarrow \widehat{O_2} = \widehat{O_4}$$

مثال: در شکل بالا، می دانیم که $\widehat{O_1} = 70^\circ$ است اندازه زاویه های دیگر را با نوشتن یک تساوی کامل کنید.

پاسخ:

$$\widehat{O_3} = \widehat{O_1} = 70^\circ$$

$$\widehat{O_2} = \widehat{O_4} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

با توجه به آنچه که از سال های قبل آموخته اید می دانید زاویه های $\widehat{O_1}$ و $\widehat{O_3}$ متقابل به رأس هستند و نیز زاویه های $\widehat{O_2}$

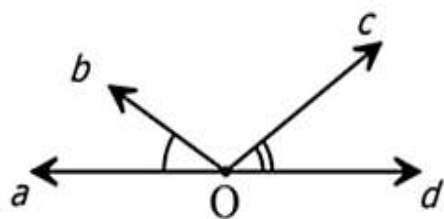
و $\widehat{O_4}$ متقابل به رأس می باشند.

نکته: زاویه های متقابل به رأس با هم مساوی هستند.

توجه: برای اینکه دو زاویه متقابل به رأس باشند باید رأس های دو زاویه در یک نقطه قرار داشته باشند

و نیز اضلاع دو زاویه در امتداد (در ادامه) یکدیگر باشند.

مثال :

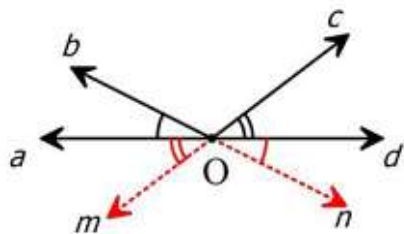


الف) در شکل مقابل دو زاویه $\widehat{aOb}$ و $\widehat{cOd}$ متقابل به رأس نیستند.

زیرا با اینکه رأس هر دو زاویه در یک نقطه قرار دارند و ضلع Od از زاویه $\widehat{cOd}$ در امتداد ضلع Oa از زاویه $\widehat{aOb}$ است، اما دو ضلع Ob و Oc در امتداد هم نیستند.

در شکل زیر زاویه های متقابل به رأس این دو زاویه را رسم کرده ایم.

با توجه به شکل؛ زاویه $\widehat{aOb}$ متقابل به رأس با زاویه $\widehat{nOd}$ است، پس: $\widehat{aOb} = \widehat{nOd}$ و نیز زاویه $\widehat{cOd}$ متقابل به رأس با زاویه $\widehat{mOa}$ می باشد، پس: $\widehat{cOd} = \widehat{mOa}$.



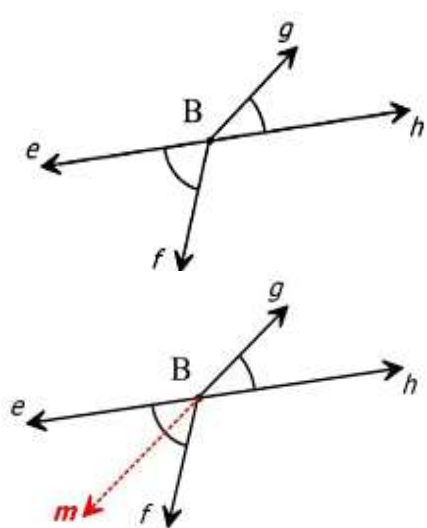
ب) در شکل مقابل دو زاویه $\widehat{gBh}$ و $\widehat{eBf}$ متقابل به رأس نیستند.

زیرا با اینکه دو زاویه رأس های مشترکی دارند اما ضلع Bg از زاویه $\widehat{gBh}$ هم راستا (در امتداد) ضلع Bf از زاویه $\widehat{eBf}$ نیست.

در شکل زیر زاویه متقابل به رأس زاویه $\widehat{gBh}$ رسم شده است.

با توجه به شکل زاویه $\widehat{eBm}$ با زاویه $\widehat{gBh}$ متقابل به رأس هستند، پس: $\widehat{gBh} = \widehat{eBm}$.

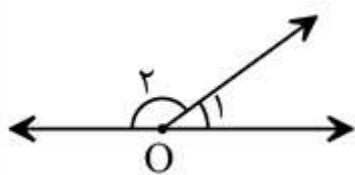
سوال: زاویه متقابل به رأس $\widehat{eBf}$ را رسم کنید.



ج) در شکل رو به رو آیا دو زاویه $\widehat{O_1}$ و $\widehat{O_2}$ متقابل رأس هستند؟

اگر متقابل به رأس نیستند زاویه های متقابل به رأس آن ها را رسم کنید

و تساوی بین زاویه ها را بنویسید.



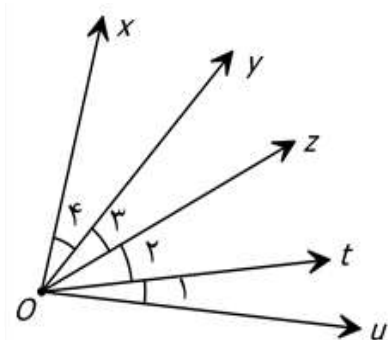
مثال: زاویه های $\widehat{O_4}$ و $\widehat{O_3}$ و $\widehat{O_2}$ و $\widehat{O_1}$ همه باهم برابر اند جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

$$\widehat{xOu} = \dots\text{۴}\dots \widehat{O_1}$$

$$\widehat{yOt} = \dots\text{۲}\dots \widehat{O_2}$$

$$\widehat{xOt} = \dots\text{۱}\dots \widehat{tOx}$$

$$\widehat{O_3} = \dots\text{۱}\dots \widehat{yOu}$$



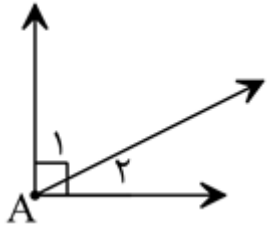
دو زاویه متمم : اگر مجموع اندازه های دو زاویه برابر ۹۰ درجه باشد دو زاویه متمم یکدیگر نامیده می شوند بنابراین اگر دو زاویه A و B متمم یکدیگر باشند آنگاه :

$$\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$$

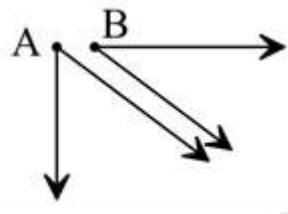
دو زاویه مکمل : اگر مجموعه اندازه های دو زاویه برابر ۱۸۰ درجه باشد دو زاویه مکمل یکدیگر نامیده می شوند بنابراین اگر زاویه های A و B مکمل یکدیگر باشند آنگاه :

$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$

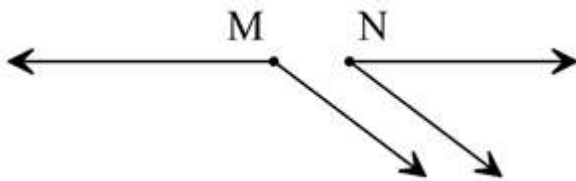
مثال : با توجه به نمونه ها برای زاویه های متمم و مکمل تساوی بنویسید .



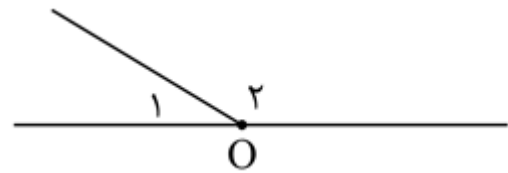
$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$$



$$\hat{A} + \hat{B} = \dots\dots$$



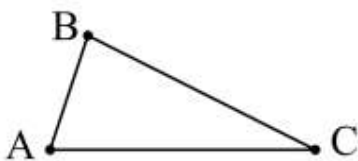
$$\hat{M} + \hat{N} = 180^\circ$$



$$\dots\dots + \dots\dots = \dots\dots$$

نکته : در هر مثلث، مجموع زاویه های آن برابر با ۱۸۰° است .

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$



مثال : تفاضل دو زاویه متمم؛ ۱۰° است. اندازه هر یک از زاویه ها را بدست آورید .

پاسخ : فرض کنیم A و B دو زاویه متمم باشند پس $\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$. از طرفی با توجه به اطلاعات مسئله

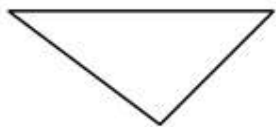
داریم : $\hat{A} - \hat{B} = 10^\circ$ که نتیجه می دهید : $\hat{A} = \hat{B} + 10^\circ$. با توجه به این دو مطلب می توان نوشت :

$$(\hat{B} + 10^\circ) + \hat{B} = 90^\circ \implies 2\hat{B} = 90^\circ - 10^\circ = 80^\circ \implies \hat{B} = 40^\circ$$

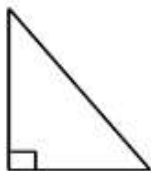
$$\hat{A} = \hat{B} + 10^\circ = 40^\circ + 10^\circ = 50^\circ$$

دسته بندی مثلث ها :

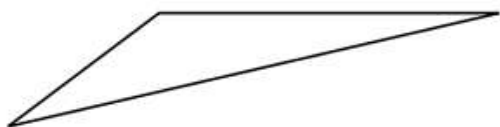
مثلث ها را با توجه به اندازه زاویه هایشان به سه دسته تقسیم می کنیم :



(۱) مثلث هایی که هر سه زاویه آنها تند است .



(۲) مثلث هایی که یک زاویه راست دارند .

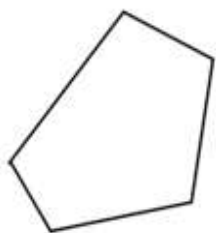


(۳) مثلث هایی که یک زاویه باز دارند .

سوال : چرا مثلث نمیتواند دو زاویه راست داشته باشد؟

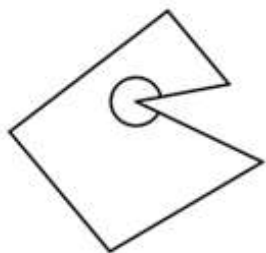
پاسخ : زیرا در این صورت مثلث دارای دو زاویه 90° درجه می شود که مجموع آن دو زاویه برابر با 180° درجه است، در صورتی که می دانیم مجموع سه زاویه مثلث 180° درجه است.

چند ضلعی محدب (کوژ) : چند ضلعی هایی که هیچ زاویه بزرگتر از 180° درجه ندارند
چند ضلعی محدب نامیده می شوند.



(چند ضلعی محدب مثل: مربع، مستطیل، همه مثلث ها و)

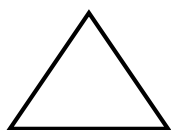
چند ضلعی مقعر (کاو) : چند ضلعی که دست کم یک زاویه بزرگتر از 180° درجه داشته باشد
چند ضلعی مقعر نامیده می شود.



نکته : یک چند ضلعی نمی تواند به طور همزمان، هم محدب و هم مقعر باشد.

چند ضلعی منتظم : به چند ضلعی هایی که همه ضلع ها و زاویه هایشان با هم مساوی است **چند ضلعی منتظم**

گفته می شود.

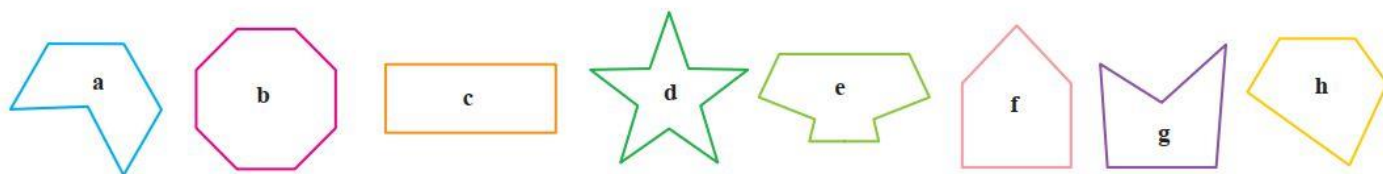


(مثلا مربع چهارضلعی منتظم است و مثلث متساوی الاضلاع سه ضلعی منتظم است)

نکته: چند ضلعی های منتظم مقعر نیستند. یعنی هیچ زاویه بزرگتر از 180° ندارند.

نکته: هر چند ضلعی محدب حتما یک چند ضلعی منتظم نیست. (مانند: مستطیل یا متوازی الاضلاع یا مثلث با زاویه راست)

مثال : چند ضلعی های محدب و مقعر را در شکل زیر مشخص کنید:



پاسخ :

چند ضلعی های محدب : b و c و f و h

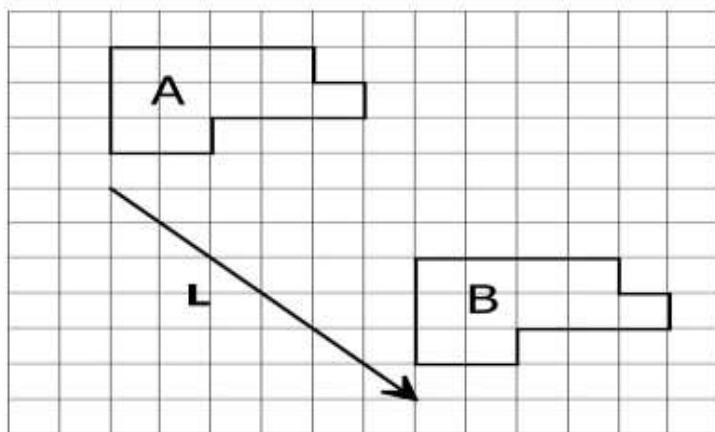
چند ضلعی های مقعر : a و d و e و g

درس سوم: تبدیلات هندسی (انتقال ، تقارن ، دوران)

انتقال : اگر یک شکل را بدون تغییر جهت روی صفحه حرکت دهیم (جابجا کنیم) تا به مکان دیگری برود . به این عمل انتقال و شکل حاصل را انتقال یافته شکل اولیه می گویند .

به عنوان مثال در شکل زیر شکل B انتقال یافته شکل A توسط بردار L است.

(چون تمام نقاط شکل A ، ۶ واحد به سمت راست، و سپس ۶ واحد به سمت پایین جابجا شده اند.)

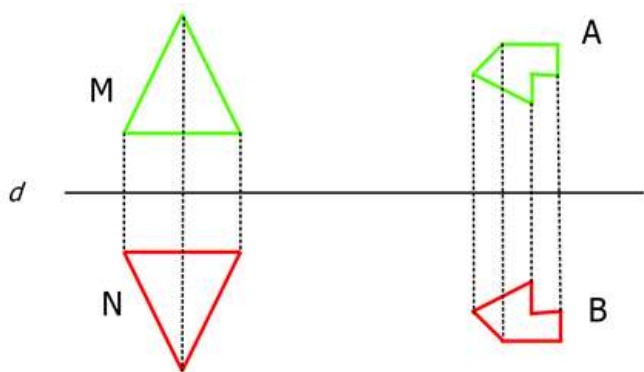


نکته : وقتی شکلی را روی صفحه انتقال می دهیم تصویر بدست آمده مساوی (هم اندازه) و هم جهت با شکل اولیه است .

تقارن محوری (یا تقارن نسبت به خط) : اگر قرینه تمام نقاط شکلی را نسبت به خط دیگر مشخص کنیم آنگاه شکلی مانند B حاصل می شود که آن را قرینه شکل A نسبت به خط تقارن d می نامیم.

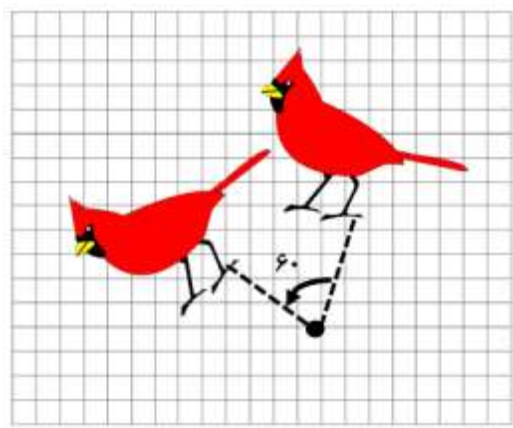
به عنوان مثال در شکل مقابل تصویر B قرینه تصویر A نسبت به

خط d است، و تصویر N قرینه تصویر M نسبت به خط d می باشد.



نکته : وقتی قرینه شکلی را نسبت به یک خط پیدا می کنیم تصویر بدست آمده مساوی آن شکل است (هم اندازه) اما جهت آن تغییر می کند.

دوران : اگر شکل A را حول یک نقطه ثابت بچرخانیم و شکل جدید را B بنامیم آنگاه شکل B را دوران یافته شکل A می نامیم.



این عمل را دوران و نقطه ثابت را مرکز دوران می نامیم.

در شکل مقابل تصویر پرنده را به اندازه 60° در جهت خلاف حرکت عقربه های ساعت دوران داده ایم.

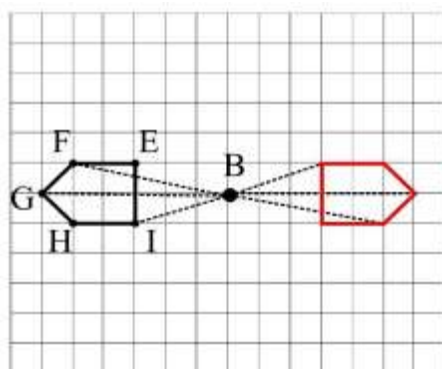
برای دوران یک شکل حول یک نقطه باید هر کدام از نقاط آن شکل را به مرکز دوران وصل کرد سپس پاره خط حاصل را به اندازه زاویه دوران، چرخاند (هم جهت یا خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت، با توجه به خواسته مسئله) در نهایت با انجام این کار برای تمامی نقاط، شکل دوران یافته به دست می آید.

توجه : برای دوران یک چند ضلعی کافی است عملیات بالا را برای رأس های آن انجام دهیم و سپس رأس ها را به هم وصل کنیم .

دوران به اندازه 180° :

در دوران به اندازه 180° درجه، جهت دوران (در جهت عقربه های ساعت یا خلاف) آن **مهم نمی باشد** و در هر دو حالت شکل های یکسان به دست می آید .

برای مشخص کردن دوران یافته یک چند ضلعی حول مرکز دوران به اندازه 180° درجه، کافی است رأس های چند ضلعی را به مرکز دوران وصل کنیم و آنها را به همان اندازه امتداد دهیم تا رأس های

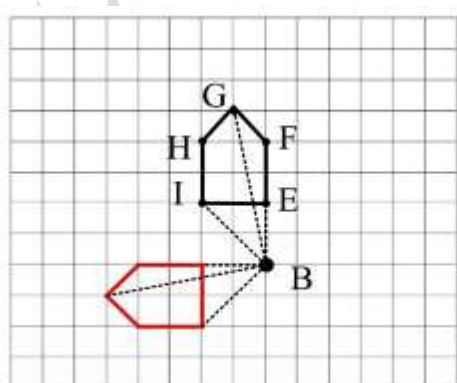


چند ضلعی دوران یافته مشخص شود.

دوران 180° شکل EFGHI حول نقطه B :

دوران به اندازه 90° :

در دوران به اندازه 90° **جهت دوران مهم است** . برای پیدا کردن دوران یافته چند ضلعی ها حول مرکز دوران رأس های چند ضلعی را با خط چین به مرکز دوران وصل میکنیم و خط چین ها را به اندازه 90° درجه دوران می دهیم تا رأس های چند ضلعی جدید به دست آید.



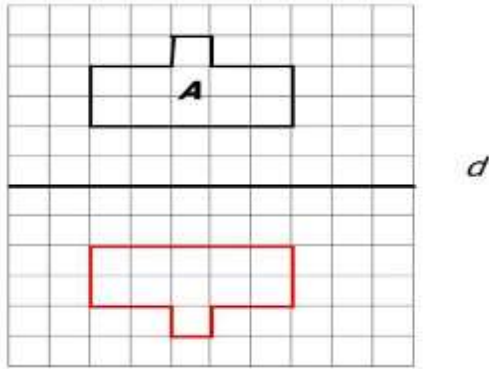
در شکل مقابل پنج ضلعی EFGHI را 90° حول نقطه B

در جهت خلاف حرکت عقربه های ساعت دوران داده ایم :

نکته : دوران یافته شکل A با شکل اولیه مساوی است (هم اندازه است) ولی جهت شکل تغییر می کند.

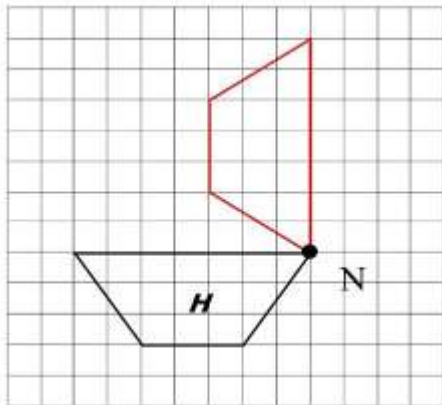
مثال : در هر قسمت شکل حاصل از تبدیل گفته شده را رسم کنید :

الف) قرینه A نسبت به خط d :

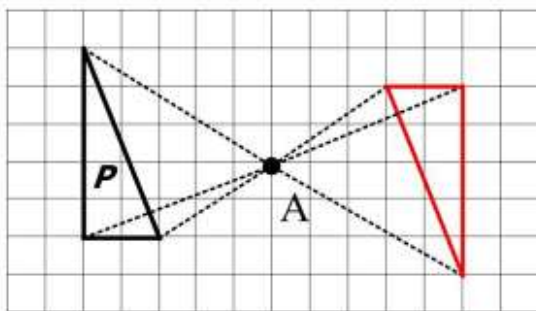


ب) دوران 90° شکل H نسبت به نقطه N در جهت حرکت

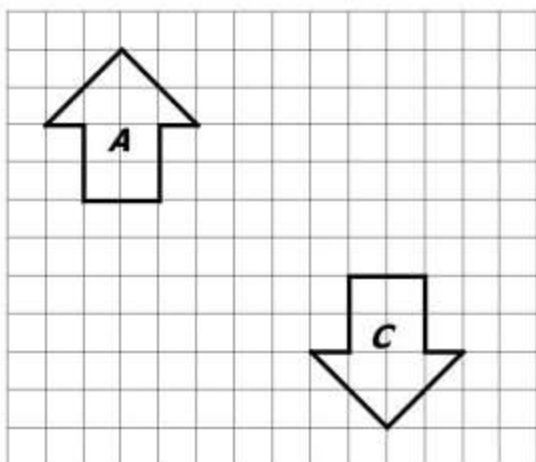
عقربه های ساعت :



پ) دوران 180° شکل P نسبت به نقطه A :



مثال : می خواهیم شکل B را طوری رسم کنیم که با دو تبدیل شکل A بر شکل C منطبق شود. شکل B را رسم کنید و روی هر فلش نوع تبدیل را بنویسید.



$A \implies B \implies C$

درس چهارم: شکل های مساوی (هم نهشت)

تعریف : اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل هندسی (انتقال، تقارن یا دوران) در صفحه بر شکل دیگری در صفحه منطبق کنیم می گوییم این دو شکل با هم هم نهشت (مساوی) هستند.

قرارداد : از علامت $\cong$ برای نشان دادن همنهشتی دو شکل استفاده می کنیم به عنوان مثال اگر دو مثلث دلخواه ABC و

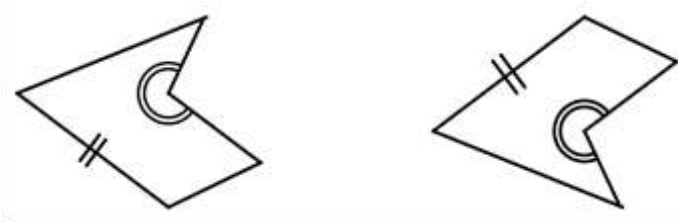
$$\triangle ABC \cong \triangle FGH \quad \text{هم نهشت باشند، می نویسیم:}$$

نکته: در دو شکل هندسی هم نهشت، اجزای متناظر دو به دو با هم برابرند.

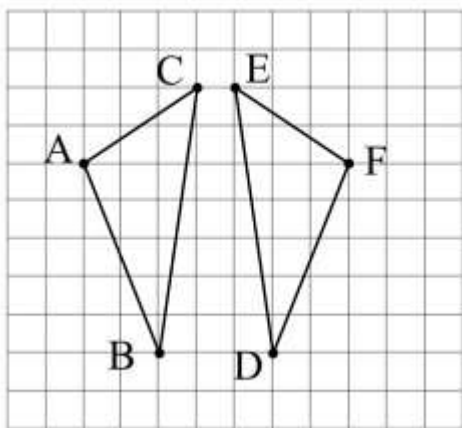
مثال : دو شکل مقابل همنهشت هستند .

یک ضلع و یک زاویه مساوی (متناظر) با هم در دو شکل

با علامت گذاری یکسان مشخص شده اند.



مثال : در شکل مقابل دو مثلث همنهشت دیده می شود. تساوی اجزای متناظر این دو مثلث را کامل کنید.

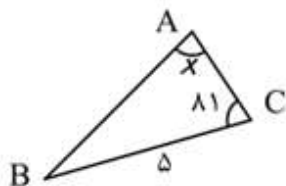


$$\begin{aligned} \angle A &= \angle F \\ \angle C &= \angle E \\ \angle B &= \angle D \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \overline{FD} \\ \overline{AC} &= \overline{FE} \\ \overline{BC} &= \overline{ED} \end{aligned}$$

اجزای متناظر را روی شکل با علامت گذاری یکسان مشخص کنید.

مثال: مثلث های زیر همنهشت هستند. اندازه بعضی از زاویه ها به درجه و بعضی از ضلع ها به سانتی متر داده شده است، اندازه زاویه x چند درجه است؟



پاسخ:

دقت کنید که در مثلث ABC زاویه A رو به رو ضلع ۵ سانتی متری

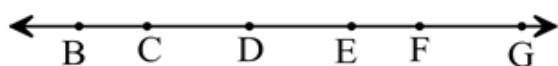
است، و چون دو مثلث همنهشت هستند پس در مثلث PMN نیز باید زاویه رو به رو به ضلع ۵ سانتی متری هم اندازه زاویه

$\hat{A}$ یعنی برابر با x باشد. در واقع داریم: $\hat{N} = x$. با توجه به اینکه مجموع زاویه های داخلی یک مثلث 180° می باشد می توانیم برای مثلث MNP بنویسیم:

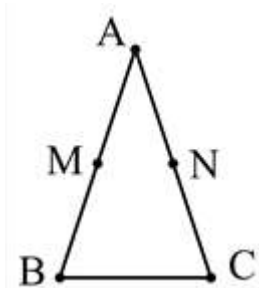
$$\hat{M} + \hat{N} + \hat{P} = 180^\circ \implies 81 + 44 + x = 180 \implies x = 180 - (81 + 44) = 55^\circ$$

نمونه سوالات امتحانی فصل چهارم

- ۱- اگر شکل به شکل تبدیل شده باشد، از تبدیلات دوران 180° و تقارن استفاده شده است.
- ۲- در تبدیل انتقال، جهت شکل حفظ می شود.
- ۳- اگر مجموع دو زاویه 90° باشد، دو زاویه متمم یکدیگراند.
- ۴- اندازه مکمل زاویه 115° ، 65° است.
- ۵- در شکل زیر ۶ نقطه متمایز روی خط قرار دارند، 15 پاره خط در شکل وجود دارد.



- ۶- مثلث ABC متساوی الساقین است، یعنی $\overline{AB} = \overline{AC}$. نقطه M وسط AB است و نقطه N وسط AC است.



چرا $\overline{AM}$ و $\overline{AN}$ با هم برابراند؟

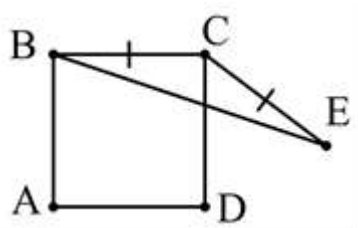
پاسخ: چون M وسط AB است پس آن را نصف می کند یعنی: $\overline{AM} = \overline{MB}$.

همین طور برای پاره خط AC چون N وسط پاره خط است پس: $\overline{AN} = \overline{NC}$.

با توجه به اینکه طول دو ساق با هم برابر هستند، پس نصف طول آن ها نیز با هم برابر است

یعنی: $\overline{AM} = \overline{AN}$.

- ۷- در شکل زیر یک مربع و یک مثلث متساوی الساقین دیده می شود. چرا $\overline{CD} = \overline{CE}$ ؟

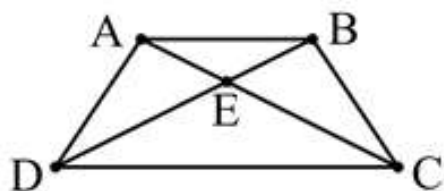


پاسخ:

$$\left. \begin{array}{l} \text{چون چهارضلعی } ABCD \text{ مربع است} \\ \text{و همه اضلاع آن با هم برابر اند} \\ \overline{CD} = \overline{BC} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{CD} = \overline{CE}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{چون مثلث } BCE \text{ متساوی الساقین است} \\ \overline{CE} = \overline{BC} \end{array} \right\}$$

- ۸- با توجه به شکل مقابل رابطه های زیر را کامل کنید (چهارضلعی ABCD یک دوزنقه است):

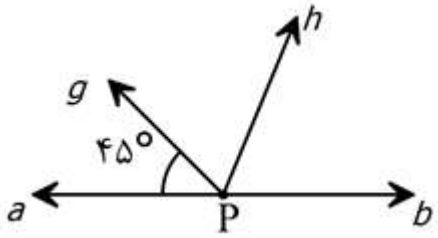


$$\begin{array}{l} \overline{DA} + \overline{DC} > \overline{AC} \\ \overline{AE} + \overline{EB} > \overline{AB} \end{array} \quad (\text{نامساوی مثلث})$$

$$\begin{array}{l} \overline{BE} + \overline{ED} = \overline{BD} \\ \overline{AC} - \overline{EC} = \overline{AE} \end{array}$$

۹- در شکل زیر نیم خط Ph نیمساز زاویه $\widehat{gPb}$ است. اندازه زاویه $\widehat{hPb}$ را بدست آورید.

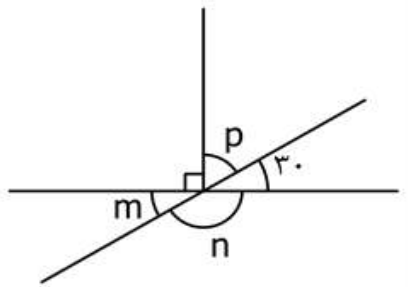
پاسخ :



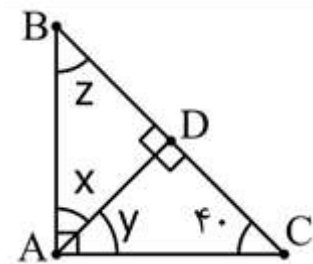
$$\widehat{gPb} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{hPb} = \frac{1}{2} \widehat{gPb} = 135 \div 2 = 67.5$$

۱۰- در هر قسمت مقادیر مجهول را بیابید .



شکل ب



شکل الف

پاسخ :

الف) در مثلث ABC زاویه $\widehat{A} = 90^\circ$ است. با توجه به اینکه مجموع زاویه های مثلث

$$\widehat{z} = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ \quad \text{برابر با } 180^\circ \text{ است داریم :}$$

در مثلث ADC نیز داریم : $\widehat{D} = 90^\circ$ و مشابه بالا می توان نوشت :

$$\widehat{y} = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

در مثلث ABD، $\widehat{D} = 90^\circ$ پس داریم :

$$\widehat{x} = 180^\circ - (90^\circ + \dots^\circ) = 180^\circ - \dots^\circ = \dots^\circ$$

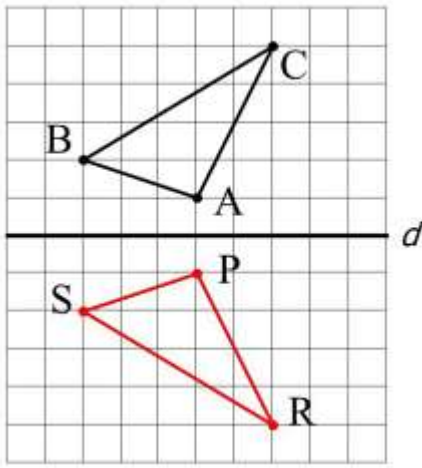
(ب)

$$\widehat{p} + 30^\circ = 90^\circ \Rightarrow \widehat{p} = 60^\circ$$

$$\widehat{m} = 30^\circ \quad (\text{زیرا زاویه } m \text{ متقابل به رأس با زاویه } 30^\circ \text{ درجه است})$$

$$\widehat{n} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

۱۱- قرینه مثلث ABC را نسبت به خط d رسم کنید و آن را PRS بنامید.



آیا این دو مثلث هم نهشت هستند؟

تساوی اجزای متناظر را بنویسید.

پاسخ:

بله

$$\hat{A} = \hat{P}$$

$$\overline{AB} = \overline{PS}$$

$$\hat{B} = \hat{S}$$

$$\overline{AC} = \overline{PR}$$

$$\hat{C} = \hat{R}$$

$$\overline{BC} = \overline{SR}$$

۱۲- اگر اندازه قد علی را با a ، اندازه قد حسن را با b و اندازه قد حسین را با c نشان دهیم در هر قسمت رابطه داده شده را کامل کنید و نتیجه را به فارسی بنویسید:

(الف)

$$\left. \begin{array}{l} \text{(یعنی قد علی بیشتر از قد حسن است.)} \\ \text{(یعنی قد حسن با قد حسین یکی است)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} a > b \\ b = c \end{array} \Rightarrow \underline{a > c}$$

نتیجه: قد علی از قد حسین بزرگتر است.

در واقع بجای اینکه علی و حسین را کنار هم قرار دهیم و قد آن ها را مقایسه کنیم از دو رابطه بالا متوجه شدیم که علی بلند قدر از حسین است.

(ب) اگر بجای رابطه بالا رابطه زیر برقرار باشد، نتیجه را بیابید:

$$\left. \begin{array}{l} \text{(یعنی قد حسن بزرگتر از قد علی است)} \\ \text{(یعنی قد علی بیشتر از قد حسین است)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} b > a \\ a > c \end{array} \Rightarrow \underline{b > c}$$

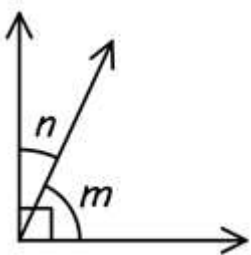
نتیجه: با توجه به رابطه داده شده در قسمت (ب)

نتیجه می گیریم که قد حسن از قد حسین بیشتر است.

۱۳- در شکل رو به رو $m < 70^\circ$ مقدار n کدام یک از گزینه های زیر می تواند باشد؟

(الف) 25° (ب) 30° (ج) 40° (د) 10°

پاسخ:



دو زاویه m و n متمم یکدیگر اند، زاویه m از 70° کمتر است و برای اینکه جمع m و n برابر با

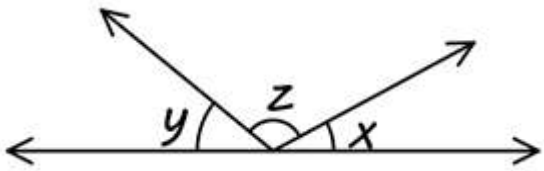
90° بشود باید زاویه m با زاویه ای بزرگتر از 30° جمع بشود. دقت کنید m مقدار 70° را اختیار نمی کند، و همیشه اندازه آن کمتر از 70° است به همین دلیل n باید بیشتر از 30° باشد. که در بین گزینه ها فقط (ج) این شرایط را دارد.

مثلا اگر $\hat{m} = 68^\circ$ باشد زاویه n باید 32° باشد تا دو زاویه متمم هم باشند.

۱۴- در شکل زیر $30^\circ < x$ و $60^\circ < y$ است. مقدار z کدام یک از گزینه های زیر می تواند باشد؟

الف) 90° ب) 100° ج) 60° د) 25°

پاسخ:



دقت کنید که با توجه به اطلاعات مسئله جمع دو مقدار x و y مقداری

کمتر از 90° می شود (زیرا x کمتر از 30° و y دارای مقداری کمتر از 60° درجه است). پس برای اینکه این سه زاویه تشکیل یک زاویه نیم صفحه بدهند باید با مقداری بیشتر از 90° جمع شوند که از بین گزینه ها فقط گزینه (ب) این شرایط را دارد.

تمرین

(۱) عبارات صحیح را با $\checkmark$ و عبارات غلط را با $\times$ مشخص کنید.

الف) مکمل هر زاویه از خود زاویه بزرگتر است.

ب) از دو نقطه فقط یک خط می گذرد.

پ) دو زاویه متقابل به رأس با هم برابر اند.

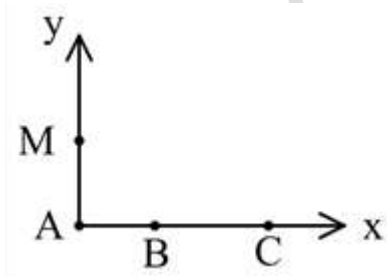
ت) مثلث متساوی الساقینی با یک زاویه راست وجود ندارد.

ث) انتقال یافته هر شکل با شکل اولیه برابر است.

چ) هر چهار ضلعی که چهار زاویه مساوی داشته باشد یک چهار ضلعی منتظم است.

ح) مساحت هر دو شکل همنهشت با هم برابر اند.

(۲) در شکل مقابل چند نیم خط وجود دارد؟



(۳) در شکل زیر $\overline{AB} = 3$ ، $\overline{BE} = x$ ، $\overline{EF} = 4 + x$ و $\overline{AF} = 18$ است. مقدار x را بیابید.

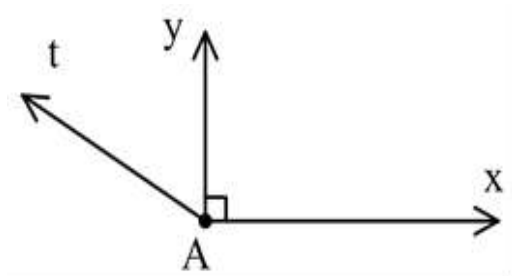


۴) برای هر قسمت یک خط رسم کنید و نقاط M ، N ، S و T را طوری روی آن مشخص کنید که رابطه داده شده صحیح باشد.

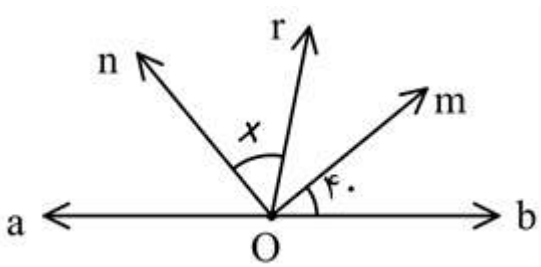
$$\overline{MN} - \overline{SM} = \overline{NT} + \overline{TS} \quad (\text{الف})$$

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC} \quad (\text{ب})$$

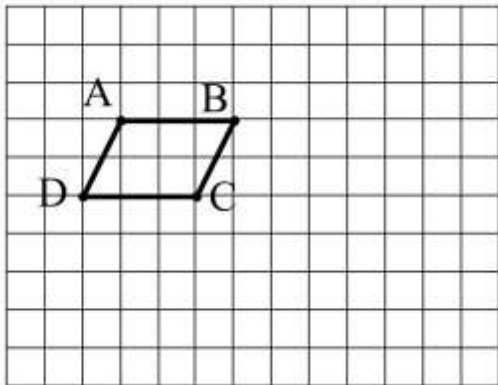
۵) در شکل مقابل $\widehat{tAx} = 150^\circ$ زاویه $\widehat{tAy}$ چه کسری از زاویه $\widehat{tAx}$ است؟



۶) در شکل زیر om نیمساز زاویه $\widehat{rOb}$ است و on نیمساز زاویه $\widehat{rOa}$ می باشد. مقدار x را بیابید.



۷) متوازی الاضلاع مقابل را در نظر بگیرید:



ابتدا متوازی الاضلاع (۱) را نسبت به خط DC تقارن دهید و رأس های انتقال یافته A و B را بیابید. سپس شکل جدید را (۲) بنامید و آن را حول نقطه B جدید به اندازه 180° خلاف حرکت عقربه های ساعت دوران دهید. شکل نهایی را (۳) نام گذاری کنید.

آیا شکل (۱) و شکل (۳) با یکدیگر همنهشت هستند؟

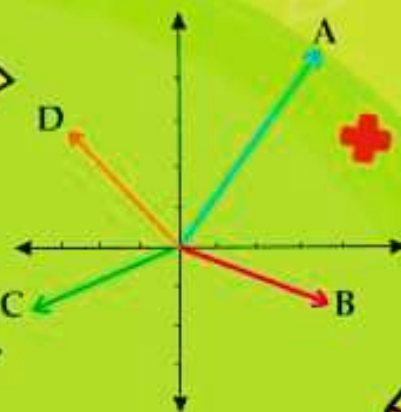
(۱)

دانش آموز عزیز برای تمرینات بیشتر و تسلط بهتر بر مطالب این فصل به کتاب درسی مراجعه کنید.

همراه با درسنامه



$$x^2 = x \cdot x$$



ریاضی هفتم

- نکات و توضیحات کتاب ریاضی
- پایه هفتم
- دوره اول متوسطه
- گروه آموزشی ریاضی متوسطه اول استان خوزستان

فصل ۵ : شمارنده ها و اعداد اول

مدرسه تعطیل است ولی آموزش تعطیل نیست.



درس اول : عدد اول

شمارنده های یک عدد (مقسوم علیه ها)

برای درک بهتر مفهوم شمارنده عدد ۱۰ را در نظر بگیرید.

این عدد را می توان دوتا دوتا شمرد یعنی: $2+2+2+2+2=10$ پس ۲ شمارنده ی عدد ۱۰ است (یا به عبارت دیگر ۱۰ بر ۲ بخش پذیر است).



عدد ۱۰ را مانند نمونه می توان به دسته های ۵ تایی تقسیم کرد :

پس ۵ شمارنده ی دیگر عدد ۱۰ است.

باقی مانده ی تقسیم عدد ۱۰ بر ۳ صفر نیست پس ۳ شمارنده ی ۱۰ نیست.

به اعدادی که عدد a به آن ها بخشپذیر باشد (یعنی باقی مانده تقسیم a بر آن ها صفر شود) شمارنده ی عدد a می گوئیم

نکته : هر عدد طبیعی بر خودش و یک خود عدد شمارنده های آن عدد محسوب می شود.

به کمک دسته بندی یا تقسیم شمارنده های یک عدد را می توان به دست آورد.

مثال: برای عدد ۱۰ همه ی تقسیم هایی که باقی مانده ی آن ها صفر است را یادداشت می کنیم:

$$10 \div 1 = 10 \quad 10 \div 2 = 5 \quad 10 \div 5 = 2 \quad 10 \div 10 = 1$$

پس شمارنده های عدد ۱۰ عبارتند از: ۱ و ۲ و ۵ و ۱۰

مثال : شمارنده های اعداد زیر را بنویسید :

۱ ، ۳ : شمارنده های عدد ۳

(زیرا ۳ بر یک و بر ۳ بخشپذیر است)

۱ ، ۲ ، ۴ ، ۸ : شمارنده های عدد ۸

(زیرا ۸ بر یک و ۲ و ۴ و ۸ بخشپذیر است)

۱ ، ۲ ، ۳ ، ۶ : شمارنده های عدد ۶

۱ ، ۳ ، ۹ : شمارنده های عدد ۹

مثال : عدد ۲، شمارنده ۴ است. عدد ۴ هم شمارنده ۱۲ است. آیا می توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم هست؟ چرا؟

پاسخ : بله زیرا ۱۲ هم بر ۴ بخشپذیر است و هم بر ۲ بخشپذیر است. یا ۱۲ را می توانیم ۲ تا ۲ تا بشماریم.

پس به طور کلی اگر عدد a شمارنده ی b و عدد b شمارنده ی c باشد عدد a حتما شمارنده ی c است.

اعداد اول:

هر عدد طبیعی که فقط دو شمارنده (خودش و یک) داشته باشد عددی اول است.

مثال : اعداد ۲، ۳، ۵ هر کدام عددی اول است. چرا؟

پاسخ : زیرا هر کدام فقط دو شمارنده دارند. (یک و خود عدد)

۱ ، ۲ : شمارنده

۱ ، ۳ : شمارنده

۱ ، ۵ : شمارنده

نکته : تنها عدد زوج که اول هست عدد ۲ است **نکته :** عدد یک اول نیست.



نکته : به غیر از ۲ تمام اعداد اول فرد هستند.

۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ... و اعداد اول یک رقمی = ۲, ۳, ۵, ۷

نکته : بی شمار عدد اول وجود دارد.

بیشتر بدانیم

عدد مرکب : هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که بیش از ۲ شمارنده داشته باشد عددی مرکب است. (یعنی به غیر از خودش و یک، شمارنده ی دیگری داشته باشد.)

مثال : اعداد ۱۵ و ۹ مرکبند.

۹, ۳, ۱ : شمارنده های عدد ۹

زیرا ۹ بیشتر از ۲ شمارنده دارد.

۱۵, ۵, ۳, ۱ : شمارنده های عدد ۱۵

زیرا ۱۵ بیشتر از ۲ شمارنده دارد.

نکته : هر عدد طبیعی بر ۱ بخش پذیر است پس عدد ۱ کوچکترین شمارنده ی همه ی اعداد طبیعی است.

نکته : بزرگترین شمارنده ی هر عدد خود آن عدد است.

نکته : همه ی شمارنده های هر عدد کوچکتر یا مساوی آن عدد هستند.

نکته : هر عدد بزرگتر از یک حداقل ۲ شمارنده دارد.

نکته : مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی زوج است.

نکته : مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه زوج است.

نکته : مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی فرد است.

مثال : آیا حاصلضرب دو عدد اول می تواند عددی اول باشد؟ چرا؟

پاسخ : خیر، حاصل بر هر دو عدد اول بخش پذیر است پس بیش از دو شمارنده دارد. مانند $۱۵ = ۳ \times ۵$

۳ و ۵ اعداد اولند ولی حاصلضربشان ۱۵ عددی اول نیست.

مثال : سه عدد بنویسید که ۷ شمارنده ی آن ها باشد؟

پاسخ : یعنی اعدادی که بر ۷ بخشپذیرند. ... , ۲۱, ۱۴, ۷

مثال : مجموع اولین و ششمین عدد اول چند است؟

پاسخ : ... , ۱۷, ۱۳, ۱۱, ۷, ۵, ۳, ۲ : اعداد اول

اولین ششمین

$$۱۳ + ۲ = ۱۵$$

مثال : تفاضل (اختلاف) سومین عدد اول و یک چند است؟

۷, ۵, ۳, ۲ : اعداد اول

$$۵ - ۱ = ۴$$

سومین

با توجه به نکات و مثال های حل شده سوالات زیر را پاسخ دهید.

سوال ۱ : تمام شمارنده های عددهای مقابل را بنویسید. ۲۵, ۳۳, ۴۶

سوال ۲ : تفاضل (اختلاف) نهمین و دومین عدد اول چند است؟

دانش آموزان عزیز با مرور مطالب بالا برای یادگیری بیشتر تمرینات صفحه ۵۸ را نیز حل کنید.

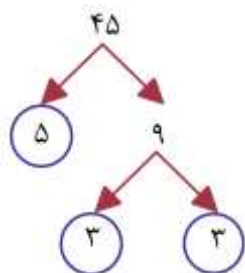


درس دوم: شمارنده ی اول

از بین شمارنده های هر عدد، آن شمارنده ای که عددی اول است را شمارنده ی اول آن عدد می نامیم.
مثال: شمارنده های اول عدد ۱۲ را بنویسید.

پاسخ: ۲ و ۳ شمارنده های اول ۱۲ هستند $\longrightarrow ۱۲ : ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲$ شمارنده

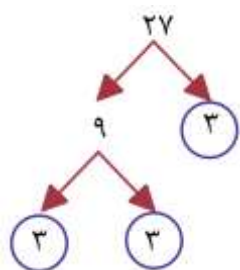
نکته: برای تعیین شمارنده های اول یک عدد از نمودار درختی نیز می توان استفاده کرد (تجزیه) که برای آن عدد طبیعی ضربی بزرگتر از یک می نویسیم این روش را ادامه می دهیم تا برای عدد ضربی غیر از یک نتوان نوشت.



مثال: شمارنده های اول عدد ۴۵ را به روش نمودار درختی بنویسید.

پاسخ:

بنابراین تجزیه ی عدد ۴۵ به حاصل ضرب اعداد اول به صورت: $۴۵ = ۳ \times ۳ \times ۵$ است.



مثال: شمارنده های اول عدد ۲۷ را به روش تجزیه بنویسید.

پاسخ:

بنابراین $۲۷ = ۳ \times ۳ \times ۳$

پس تنها شمارنده ی اول ۲۷، عدد ۳ است.

نکته: با حاصلضرب شمارنده های اول یک عدد می توان شمارنده های دیگر آن عدد را به دست آورد.

سوال: با توجه به تجزیه ی عدد ۱۲ به عوامل اول، همه ی شمارنده های ۱۲ را بنویسید.

هیچ شمارنده اولی ندارد: ۱

۲, ۳

$$۴ = ۲ \times ۲, \quad ۶ = ۲ \times ۳$$

$$\longleftarrow ۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$$

$$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$$

شمارنده های عدد ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

سوال: با توجه به تجزیه ی عدد ۷۰ به عوامل اول، همه ی شمارنده های ۷۰ را بنویسید.

هیچ شمارنده اولی ندارد: ۱

۲, ۵, ۷

$$۳۵ = ۵ \times ۷, \quad ۱۰ = ۲ \times ۵, \quad ۱۴ = ۲ \times ۷$$

$$\longleftarrow ۷۰ = ۲ \times ۵ \times ۷$$

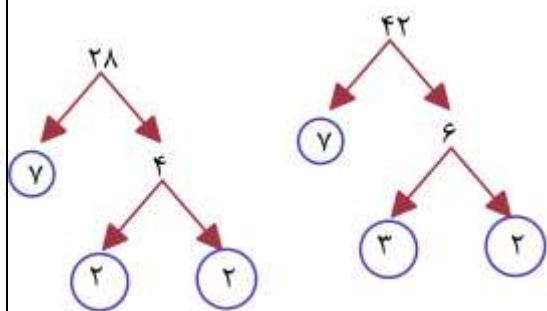
$$۷۰ = ۲ \times ۵ \times ۷$$

شمارنده های عدد ۷۰: ۱, ۲, ۵, ۷, ۱۰, ۱۴, ۳۵, ۷۰

نکته : با تجزیه کردن عددهای صورت و مخرج کسر می توان کسرها را ساده تر کرد.

$$\frac{28}{42}$$

مثال : کسر مقابل را ساده کنید.



پاسخ : با توجه به نمودار درختی : $28 = 2 \times 2 \times 7$ $42 = 2 \times 3 \times 7$

$$\frac{28}{42} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{7}}{\cancel{2} \times 3 \times \cancel{7}} = \frac{2}{3}$$

بنابراین:

نکته : تمام عددهای طبیعی بزرگتر از یک شمارنده ی اول دارند.

مثال : عدد ۱۸ به شکل مقابل به ضرب اعداد اول تجزیه شده است: $18 = 2 \times 3 \times 3$

الف . شمارنده های اول ۱۸ را بنویسید.

پاسخ : ۲ , ۳

ب . یک شمارنده ۱۸ را بنویسید که عدد اول نباشد.

پاسخ : اعداد ۱ و ۶ و ۹ و ۱۸ شمارنده های غیر اول ۱۸ هستند.

با توجه به نکات و مثال های حل شده سوالات زیر را با دقت پاسخ دهید.

سوال ۳ : با نمودار درختی شمارنده های اول اعداد زیر را بنویسید.

۵۴ , ۱۶۰ , ۳۶



سوال ۴ : عدد ۲۴ پس از تجزیه به شکل مقابل در آمده است:

$$24 = 3 \times 2 \times 2 \times 2$$

الف . شمارنده های اول ۲۴ را بنویسید.

ب . ۲ شمارنده ۲۴ را بنویسید که اول نباشند.

سوال ۵ : تمام شمارنده های عدد ۶۳ را بنویسید:

$$63 = 7 \times 3 \times 3$$

دانش آموزان عزیز با مرور نکات ارائه شده برای یادگیری بیشتر تمرینات صفحه ۶۱ را نیز حل کنید.



درس سوم : بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد

بزرگترین شمارنده ی مشترک بین دو عدد را بزرگترین مقسوم علیه مشترک یا به طور مختصر (ب م م) دو عدد می گوئیم. ب م م دو عدد a و b را با (a, b) نمایش می دهیم. برای به دست آوردن (ب م م) دو عدد دو روش ارائه می دهیم.

روش اول :

مرحله ی اول. همه ی شمارنده های دو عدد را می نویسیم.
مرحله ی دوم. شمارنده های مشترک را مشخص می کنیم.
مرحله ی سوم. بزرگترین شمارنده ی مشترک را مشخص می کنیم که همان (ب م م) دو عدد است.

مثال: ب م م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را بدست آورید.

پاسخ:

$$(12, 18) = ?$$

شمارنده های ۱۲ : ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲



$$1, 2, 3, 6 \Rightarrow \text{ب م م} = 6$$

شمارنده های ۱۸ : ۱, ۲, ۳, ۶, ۹, ۱۸

شمارنده های مشترک

$$(12, 18) = 6$$

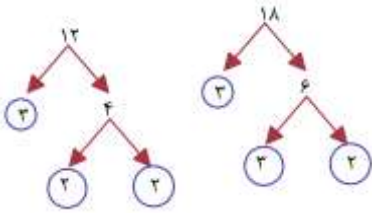
روش دوم : با استفاده از تجزیه اعداد به شمارنده های اول، ب م م مشخص می شود:

مرحله ی اول : با نمودار درختی اعداد را تجزیه می کنیم تا به اعداد اول ختم شوند.

مرحله ی دوم : حاصلضرب شمارنده های اول را برای هر عدد می نویسیم.

مرحله ی سوم : اعداد مشترک هر دو عدد را انتخاب و درهم ضرب می کنیم.

مثال: ب م م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را به روش تجزیه به دست آورید. $(12, 18) = ?$



$$12 = 2 \times 2 \times 3 \Rightarrow 2 \times 3 = 6 \Rightarrow (12, 18) = 6$$
$$18 = 2 \times 3 \times 3$$



$$(10, 1) = 1$$

نکته : ب م م هر عدد با یک برابر است. مثال :

$$(6, 6) = 6$$

نکته : ب م م هر عدد با خودش همان عدد می شود. مثال :

$$(3, 5) = 1$$

نکته : ب م م دو عدد اول متفاوت عدد ۱ است. مثال :

$$(17, 18) = 1$$

نکته : ب م م دو عدد طبیعی متوالی عدد ۱ است. مثال :

$$(6, 3) = 3$$

نکته: اگر عدد a بر عدد b بخشپذیر باشد ب م م آن ها عدد b است. مثال:

(زیرا عدد ۳ شمارنده ی ۶ است و بزرگترین شمارنده ی خودش پس ب م م دو عدد ۶ و ۳ عدد ۳ است.)

نکته: برای ساده کردن کسرهای از ب م م استفاده می کنیم.

مثال: کسرهای زیر را ساده کنید.

$$\left\{ \begin{array}{l} 20, 10, 5, 2, 1: \text{شمارنده های عدد } 20 \\ 25, 5, 1: \text{شمارنده های عدد } 25 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} (20, 25) = 5 \\ \Rightarrow \frac{20 \div 5}{25 \div 5} = \frac{4}{5} \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 27, 9, 3, 1: \text{شمارنده های عدد } 27 \\ 63, 21, 9, 7, 3, 1: \text{شمارنده های عدد } 63 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} (27, 63) = 9 \\ \Rightarrow \frac{27 \div 9}{63 \div 9} = \frac{3}{7} \end{array}$$

سؤال: دو ظرف به گنجایش ۴۵ و ۳۰ لیتر داریم. می خواهیم با پیمانه هایی به گنجایش ۱ و ۲ و ۳ و ... لیتر آن ها را پر کنیم. با چه پیمانه هایی می توانیم دو ظرف را کامل پر کنیم؟
با چه پیمانه ای زودتر پر می شود؟ (بزرگترین پیمانه را مشخص کنید).

پاسخ:

$$\left\{ \begin{array}{l} 45, 15, 9, 5, 3, 1: \text{شمارنده های عدد } 45 \\ 30, 15, 6, 5, 3, 2, 1: \text{شمارنده های عدد } 30 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} 1, 3, 5, 15 \\ \Rightarrow \text{بزرگترین پیمانه ی مشترک} \end{array}$$

پیمانه های مشترک

با پیمانه های ۱، ۳، ۵، ۱۵ لیتری می توانیم دو ظرف را کامل پر کنیم.
و با پیمانه ی ۱۵ لیتری ظرف ها سریعتر پر می شوند.

$$(45, 30) = 15$$

مثال: ب م م اعداد زیر را به صورت ذهنی به دست آورید.

(الف) $(10, 30)$ (ب) $(10, 11)$ (ج) $(1, 73)$ (د) $(13, 17)$

پاسخ:

(الف) عدد ۳۰ بر ۱۰ بخش پذیر است پس : $(10, 30) = 10$

(ب) دو عدد ۱۰ و ۱۱ متوالی هستند پس ب م م آن ها ۱ است. $(10, 11) = 1$

(ج) ب م م هر عدد طبیعی و ۱ همان ۱ است. $(1, 73) = 1$

(د) دو عدد ۱۳ و ۱۷ عدد اول هستند پس ب م م آن ها ۱ است. $(13, 17) = 1$

مثال: با توجه به تجزیه ی دو عدد A و B به سوالات زیر پاسخ دهید: $A = 2 \times 2 \times 3 \times 11$ $B = 2 \times 5 \times 5 \times 11 \times 11$

(الف) یک شمارنده ی اول مشترک هر دو عدد را بنویسید.

(ب) دو شمارنده ی غیر اول عدد B را بنویسید.

(ج) ب م م دو عدد A و B را محاسبه کنید.

پاسخ: (الف) اعداد ۲ و ۱۱ شمارنده های اول مشترک هر دو عدد هستند.

(ب) با ضرب کردن اعداد اول عدد B شمارنده های غیر اول به دست می آید: $2 \times 5 = 10$ و $5 \times 11 = 55$

ج) با ضرب کردن اعداد مشترک در تجزیه ی دو عدد A و B داریم: $(A, B) = 2 \times 11 = 22$

مثال: حاصل عبارت های زیر را به دست آورید:

الف) $(5, 11, 7)$:

ب) $(42, 28, 21)$:

پاسخ:

الف) اعداد داده شده همگی اول هستند پس تنها شمارنده ی مشترکشان عدد ۱ است بنابراین: $(5, 11, 7) = 1$

ب) ابتدا هر سه عدد را تجزیه می کنیم و عدد یا اعدادی که در هر سه مشترک است را انتخاب می کنیم:

$$42 = 2 \times 3 \times 7 \quad 28 = 2 \times 2 \times 7 \quad 21 = 3 \times 7$$

تنها عدد مشترک در تجزیه ۷ است پس: $(42, 28, 21) = 7$

با توجه به نکات و مثال های حل شده سؤالات زیر را حل کنید.

سؤال: مستطیلی به ابعاد ۲۴ و ۱۸ سانتی متر داریم.

الف) اگر با کاشی های مربعی سطح این مستطیل را پر کنیم، ضلع این کاشی های مربعی چه اعدادی می تواند باشد؟

ب) ضلع بزرگترین کاشی چند است؟ راه حل را بنویسید.

سؤال: کسرهای زیر را با تجزیه صورت و مخرج (استفاده از ب م م) ساده کنید.

$$\frac{36}{28} =$$

$$\frac{42}{56} =$$

سؤال: به کمک نمودار درختی اعداد زیر ۷۲ و ۱۴۴ تجزیه کنید و ب م م آن ها را محاسبه کنید.

$$(144, 72) = \dots\dots\dots$$

سؤال: حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$$(40, 30) =$$

$$(55, 56) =$$

$$(21, 35) =$$

$$(6, 54) =$$

$$(15, 1) =$$

$$(3, 2, 7) =$$

دانش آموزان عزیز با مرور نکات ارائه شده برای یادگیری بیشتر تمرینات صفحه ۶۳ را نیز حل کنید.



درس چهارم : کوچکترین مضرب مشترک دو عدد

مضرب های طبیعی اعداد : از ضرب یک عدد در اعداد طبیعی، مضارب طبیعی آن عدد بدست می آیند.
مضارب طبیعی یک عدد را به اختصار مضارب آن عدد می نامیم.

مثال:

$$5 \text{ مضارب} = 5 \times 1, 5 \times 2, 5 \times 3, 5 \times 4, \dots$$

$$5, 10, 15, 20, \dots$$

$$8 \text{ مضارب} = 8 \times 1, 8 \times 2, 8 \times 3, 8 \times 4, \dots$$

$$8, 16, 24, 32, \dots$$

نکته : هر عدد اولین مضرب طبیعی خودش است.

نکته: تنها مضرب اول هر عدد اول خودش است.

نکته : علامت ... در نوشتن مضارب عدد به معنای این است که این اعداد با همین الگو ادامه پیدا می کنند و پایان ندارند.

مثال : الف. اولین مضرب ۱۲ چند است؟ ۱۲

ب. پنجمین مضرب ۱۲ چند است؟ $12 \times 5 = 60$

پ. ۳۶ چندمین مضرب ۱۲ است؟

پاسخ : ۳۶ سومین مضرب ۱۲ است. $36 \div 12 = 3$

کوچکترین مضرب مشترک دو عدد :

از میان مضارب طبیعی دو عدد، اولین مضربی که مشترک باشد، کوچکترین مضرب مشترک دو عدد a و b است که به طور مختصر به آن $K M$ دو عدد گفته می شود و به صورت $[a, b]$ نوشته می شود.
دو روش برای بدست آوردن $K M$ دو عدد ارائه می شود :

روش اول :

۱. مضارب دو عدد را می نویسیم.

۲. مضرب های مشترک را مشخص می کنیم.

۳. اولین مضرب مشترک دو عدد $K M$ دو عدد است.

مثال : با نوشتن مضرب های دو عدد، $K M$ ۶ و ۸ را بدست آورید.

$$[6, 8] = ?$$

پاسخ :

مضارب مشترک $6 \text{ مضارب} = 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, \dots$

$8 \text{ مضارب} = 8, 16, 24, 32, 40, 48, \dots$

$$24, 48, \dots \Rightarrow K M = 24 \Rightarrow [6, 8] = 24$$



روش دوم: بدست آوردن ک م م دو عدد به روش (تجزیه به شمارنده های اول)

۱. دو عدد را به روش درختی تجزیه می کنیم تا به اعداد اول ختم شوند.

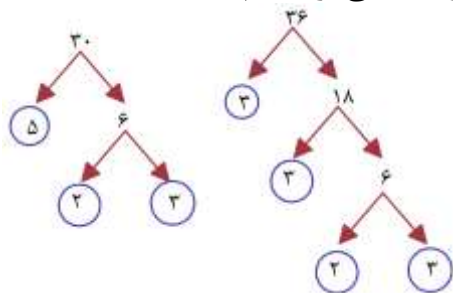
۲. دو عدد را به حاصلضرب شمارنده های اول می نویسیم.

۳. برای محاسبه ک م م قسمت مشترک در تجزیه ی هر دو عدد را در اعداد غیر مشترک در تجزیه ضرب می کنیم.

برای درک بهتر این روش به مثال های زیر توجه کنید.

مثال: ک م م دو عدد ۳۶ و ۳۰ را به دست آورید.

ابتدا به کمک نمودار درختی دو عدد را تجزیه و به صورت ضرب شمارنده های اول می نویسیم:



$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$36 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

قسمت 2×3 در هر دو مشترک و اعداد ۵ و ۳ و ۲ و ۲ غیرمشترک هستند.

برای محاسبه ی ک م م این دو قسمت را در هم ضرب می کنیم

پس:

$$[30, 36] = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360$$

$$[18, 12] = ?$$

مثال: ک م م دو عدد ۱۸ و ۱۲ را بدست آورید.

$$[18, 12] = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

$$[20, 24] = ?$$

مثال: ک م م دو عدد ۲۴ و ۲۰ را بدست آورید.

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$[20, 24] = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$$

$$[4, 1] = 4$$

نکته: ک م م هر عدد با یک برابر خود عدد است. مثال:

$$[5, 7] = 35$$

نکته: ک م م دو عدد اول متفاوت برابر حاصلضرب آنهاست. مثال:

$$[17, 17] = 17$$

نکته: ک م م هر عدد با خودش همان عدد می شود.

نکته: اگر a شمارنده ی b باشد ک م م دو عدد b است. برای درک بهتر به مثال زیر توجه کنید.

مثال: ۳ شمارنده ی ۶ است پس: $[3, 6] = 6$

نکته: مهمترین کاربرد (ک م م) در بدست آوردن مخرج مشترک دو کسر است.

مثال: حاصل کسرهایی زیر را بدست آورید.

$$\frac{7}{15} + \frac{9}{20} = \frac{7 \times 4}{15 \times 4} + \frac{9 \times 3}{20 \times 3} = \frac{28 + 27}{60} = \frac{55}{60} \quad [15, 20] = 60$$

مثال: یک پیست دو و میدانی کوچک در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد. امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می کنند. اگر امید هر ۳۵ ثانیه و فرامرز هر ۲۱ ثانیه یک دور کامل دور میدان بدونند پس از چند ثانیه با هم به همان نقطه ی شروع می رسند؟ در این مدت هر کدام چند دور دویده اند؟

پاسخ:

امید هر ۳۵ ثانیه یکبار به نقطه ی شروع می رسد یعنی زمان رسیدن به نقطه ی شروع مضارب ۳۵ است. به همین ترتیب زمان رسیدن فرامرز به نقطه ی شروع هم مضارب عدد ۲۱ است پس برای اینکه بدانیم چه زمانی هر دو با هم به این نقطه می رسند باید ک م م دو عدد ۲۱ و ۳۵ را محاسبه کنیم.

$$35 = 5 \times 7$$

$$[35, 21] = 7 \times 5 \times 3 = 105$$

$$21 = 3 \times 7$$

بعد از ۱۰۵ ثانیه با هم به نقطه ی شروع می رسند و در این مدت
امید $3 = 105 \div 35$ دور و فرامرز $5 = 105 \div 21$ دور دویده اند



مثال: برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بنویسید.

(الف) $[1, n] = n$

پاسخ: ک م م دو عدد ۱ و ۱۵ همان ۱۵ است. یعنی $[15, 1] = 15$

(ب) $[n, n] = n$

پاسخ: ک م م دو عدد ۷ و ۷ همان ۷ است یعنی: $[7, 7] = 7$

(ج) ب م م دو عدد شمارنده ی ک م م دو عدد است.

پاسخ: دو عدد ۱۸ و ۱۲ را در نظر بگیرید.

ب م م دو عدد ۶ و ک م م آن ها ۳۶ است. و واضح است که ۶ شمارنده ی ۳۶ است.

(د) حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ب م م و ک م م دو عدد است.

پاسخ: دو عدد ۱۸ و ۱۲ را در نظر بگیرید:

$$18 \times 12 = 216 \quad [18, 12] \times (18, 12) = 36 \times 6 = 216$$

$$18 \times 12 = [18, 12] \times (18, 12) = 216 \quad \text{پس:}$$

مثال) پاسخ عبارتهای زیر را به صورت ذهنی محاسبه کنید.

الف) $[۱۰, ۳۰]$ ب) $[۱۱, ۳]$ ج) $[۲۳, ۲۳]$ د) $[۵۴, ۱]$

پاسخ:

الف) ۱۰ شمارنده ی ۳۰ است پس ک م م دو عدد ۳۰ است. $[۱۰, ۳۰] = ۳۰$

ب) دو عدد ۳ و ۱۱ هر دو اول هستند پس ک م م آن ها حاصل ضربشان است یعنی: $[۱۱, ۳] = ۳۳$

ج) ک م م هر عدد با خودش برابر است . یعنی: $[۲۳, ۲۳] = ۲۳$

د) ک م م هر عدد با عدد یک برابر است با خود آن عدد یعنی: $[۱, ۵۴] = ۵۴$



با توجه به نکات و مثال های حل شده سؤالات زیر را پاسخ دهید.

سؤال ۱: تساوی های زیر را کامل کنید. (با نوشتن راه حل)

$$(۴۵, ۵۴) =$$

$$[۱۸, ۲۷] =$$

سؤال ۲: تساوی های زیر را با روش نوشتن مضرب ها کامل کنید.

$$[۶, ۴۲] =$$

$$[۲۷, ۳۰] =$$

سؤال ۳: رضا در هر ۴ روز یک بار ساعت ۱۷ به باشگاه بدنسازی می رود و امیر هر ۶ روز یکبار در همان ساعت به همان باشگاه ورزشی می رود. اگر هر دو از ۳۱ شهریورماه همزمان شروع به رفتن به باشگاه کنند، تعیین کنید در چه روزهایی از ماه مهر همدیگر را ملاقات می کنند؟

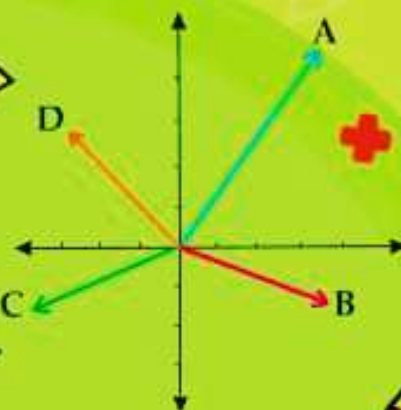


دانش آموزان عزیز با مرور نکات ارائه شده برای یادگیری بیشتر تمرینات صفحه ۶۷ را نیز حل کنید.

همراه با درسنامه



$$x^2 = x \cdot x$$



ریاضی هفتم

- نکات و توضیحات کتاب ریاضی
- پایه هفتم
- دوره اول متوسطه
- گروه آموزشی ریاضی متوسطه اول استان خوزستان

فصل ۵ : شمارنده ها و اعداد اول

مدرسه تعطیل است ولی آموزش تعطیل نیست.



درس اول : عدد اول

شمارنده های یک عدد (مقسوم علیه ها)

برای درک بهتر مفهوم شمارنده عدد ۱۰ را در نظر بگیرید.

این عدد را می توان دوتا دوتا شمرد یعنی: $10 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2$ پس ۲ شمارنده ی عدد ۱۰ است (یا به عبارت دیگر ۱۰ بر ۲ بخش پذیر است).

عدد ۱۰ را مانند نمونه می توان به دسته های ۵ تایی تقسیم کرد :
پس ۵ شمارنده ی دیگر عدد ۱۰ است.

باقی مانده ی تقسیم عدد ۱۰ بر ۳ صفر نیست پس ۳ شمارنده ی ۱۰ نیست.



به اعدادی که عدد a به آن ها بخشپذیر باشد (یعنی باقی مانده تقسیم a بر آن ها صفر شود) شمارنده ی عدد a می گوئیم

نکته : هر عدد طبیعی بر خودش و یک بخشپذیر است. پس یک و خود عدد شمارنده های آن عدد محسوب می شود.

به کمک دسته بندی یا تقسیم شمارنده های یک عدد را می توان به دست آورد.

مثال: برای عدد ۱۰ همه ی تقسیم هایی که باقی مانده ی آن ها صفر است را یادداشت می کنیم:

$$10 \div 1 = 10 \quad 10 \div 2 = 5 \quad 10 \div 5 = 2 \quad 10 \div 10 = 1$$

پس شمارنده های عدد ۱۰ عبارتند از: ۱ و ۲ و ۵ و ۱۰

مثال : شمارنده های اعداد زیر را بنویسید :

۱، ۳ : شمارنده های عدد ۳

(زیرا ۳ بر یک و بر ۳ بخشپذیر است)

۱، ۲، ۴، ۸ : شمارنده های عدد ۸

(زیرا ۸ بر یک و ۲ و ۴ و ۸ بخشپذیر است)

۱، ۲، ۳، ۶ : شمارنده های عدد ۶

۱، ۳، ۹ : شمارنده های عدد ۹

مثال : عدد ۲، شمارنده ۴ است. عدد ۴ هم شمارنده ۱۲ است. آیا می توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم هست؟ چرا؟

پاسخ : بله زیرا ۱۲ هم بر ۴ بخشپذیر است و هم بر ۲ بخشپذیر است. یا ۱۲ را می توانیم ۲ تا ۲ تا بشماریم.

پس به طور کلی اگر عدد a شمارنده ی b و عدد b شمارنده ی c باشد عدد a حتما شمارنده ی c است.

اعداد اول:

هر عدد طبیعی که فقط دو شمارنده (خودش و یک) داشته باشد عددی اول است.

مثال : اعداد ۲، ۳، ۵ هر کدام عددی اول است. چرا؟

پاسخ : زیرا هر کدام فقط دو شمارنده دارند. (یک و خود عدد)

۱، ۲ : شمارنده

۱، ۳ : شمارنده

۱، ۵ : شمارنده

نکته : تنها عدد زوج که اول هست عدد ۲ است **نکته :** عدد یک اول نیست.



نکته : به غیر از ۲ تمام اعداد اول فرد هستند.

۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ... و اعداد اول یک رقمی و اعداد اول : ۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ...

نکته : بی شمار عدد اول وجود دارد.

بیشتر بدانیم

عدد مرکب : هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که بیش از ۲ شمارنده داشته باشد عددی مرکب است. (یعنی به غیر از خودش و یک، شمارنده ی دیگری داشته باشد.)

مثال : اعداد ۱۵ و ۹ مرکبند.

زیرا ۹ بیشتر از ۲ شمارنده دارد.

۱, ۳, ۹ : شمارنده های عدد ۹

زیرا ۱۵ بیشتر از ۲ شمارنده دارد.

۱, ۳, ۵, ۱۵ : شمارنده های عدد ۱۵

نکته : هر عدد طبیعی بر ۱ بخش پذیر است پس عدد ۱ کوچکترین شمارنده ی همه ی اعداد طبیعی است.

نکته : بزرگترین شمارنده ی هر عدد خود آن عدد است.

نکته : همه ی شمارنده های هر عدد کوچکتر یا مساوی آن عدد هستند.

نکته : هر عدد بزرگتر از یک حداقل ۲ شمارنده دارد.

نکته : مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی زوج است.

نکته : مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه زوج است.

نکته : مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی فرد است.

مثال : آیا حاصلضرب دو عدد اول می تواند عددی اول باشد؟ چرا؟

پاسخ : خیر، حاصل بر هر دو عدد اول بخش پذیر است پس بیش از دو شمارنده دارد. مانند $۱۵ = ۳ \times ۵$

۳ و ۵ اعداد اولند ولی حاصلضربشان ۱۵ عددی اول نیست.

مثال : سه عدد بنویسید که ۷ شمارنده ی آن ها باشد؟

پاسخ : یعنی اعدادی که بر ۷ بخشپذیرند. ۷, ۱۴, ۲۱, ...

مثال : مجموع اولین و ششمین عدد اول چند است؟

پاسخ : ۱۷, ۱۳, ۱۱, ۷, ۵, ۳, ۲ : اعداد اول

اولین ششمین

$$۱۳ + ۲ = ۱۵$$

مثال : تفاضل (اختلاف) سومین عدد اول و یک چند است؟

۵ - ۱ = ۴ ۲, ۳, ۵, ۷, ... : اعداد اول

سومین

با توجه به نکات و مثال های حل شده سوالات زیر را پاسخ دهید.

سوال ۱ : تمام شمارنده های عددهای مقابل را بنویسید. ۲۵, ۳۳, ۴۶

سوال ۲ : تفاضل (اختلاف) نهمین و دومین عدد اول چند است؟

دانش آموزان عزیز با مرور مطالب بالا برای یادگیری بیشتر تمرینات صفحه ۵۸ را نیز حل کنید.

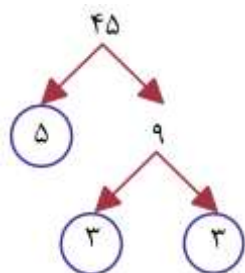


درس دوم: شمارنده ی اول

از بین شمارنده های هر عدد، آن شمارنده ای که عددی اول است را شمارنده ی اول آن عدد می نامیم.
مثال: شمارنده های اول عدد ۱۲ را بنویسید.

پاسخ: ۲ و ۳ شمارنده های اول ۱۲ هستند $\longrightarrow ۱۲ : ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲$ شمارنده

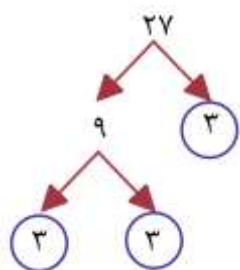
نکته: برای تعیین شمارنده های اول یک عدد از نمودار درختی نیز می توان استفاده کرد (تجزیه) که برای آن عدد طبیعی ضربی بزرگتر از یک می نویسیم این روش را ادامه می دهیم تا برای عدد ضربی غیر از یک نتوان نوشت.



مثال: شمارنده های اول عدد ۴۵ را به روش نمودار درختی بنویسید.

پاسخ:

بنابراین تجزیه ی عدد ۴۵ به حاصل ضرب اعداد اول به صورت: $۴۵ = ۳ \times ۳ \times ۵$ است.



مثال: شمارنده های اول عدد ۲۷ را به روش تجزیه بنویسید.

پاسخ:

بنابراین $۲۷ = ۳ \times ۳ \times ۳$

پس تنها شمارنده ی اول ۲۷، عدد ۳ است.

نکته: با حاصلضرب شمارنده های اول یک عدد می توان شمارنده های دیگر آن عدد را به دست آورد.

سوال: با توجه به تجزیه ی عدد ۱۲ به عوامل اول، همه ی شمارنده های ۱۲ را بنویسید.

هیچ شمارنده اولی ندارد: ۱

۲, ۳

$$۴ = ۲ \times ۲, \quad ۶ = ۲ \times ۳$$

$$\longleftarrow ۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$$

$$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$$

شمارنده های عدد ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

سوال: با توجه به تجزیه ی عدد ۷۰ به عوامل اول، همه ی شمارنده های ۷۰ را بنویسید.

هیچ شمارنده اولی ندارد: ۱

۲, ۵, ۷

$$۳۵ = ۵ \times ۷, \quad ۱۰ = ۲ \times ۵, \quad ۱۴ = ۲ \times ۷$$

$$\longleftarrow ۷۰ = ۲ \times ۵ \times ۷$$

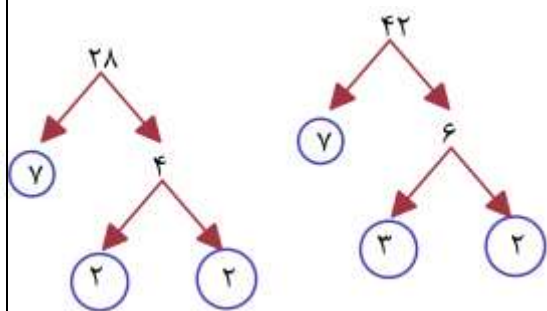
$$۷۰ = ۲ \times ۵ \times ۷$$

شمارنده های عدد ۷۰: ۱, ۲, ۵, ۷, ۱۰, ۱۴, ۳۵, ۷۰

نکته : با تجزیه کردن عددهای صورت و مخرج کسر می توان کسر ها را ساده تر کرد.

$$\frac{28}{42}$$

مثال : کسر مقابل را ساده کنید.



پاسخ : با توجه به نمودار درختی : $28 = 2 \times 2 \times 7$ $42 = 2 \times 3 \times 7$

$$\frac{28}{42} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{7}}{\cancel{2} \times 3 \times \cancel{7}} = \frac{2}{3}$$

بنابراین:

نکته : تمام عددهای طبیعی بزرگتر از یک شمارنده ی اول دارند.

مثال : عدد ۱۸ به شکل مقابل به ضرب اعداد اول تجزیه شده است: $18 = 2 \times 3 \times 3$

الف . شمارنده های اول ۱۸ را بنویسید.

پاسخ : ۲ , ۳

ب . یک شمارنده ۱۸ را بنویسید که عدد اول نباشد.

پاسخ : اعداد ۱ و ۶ و ۹ و ۱۸ شمارنده های غیر اول ۱۸ هستند.

با توجه به نکات و مثال های حل شده سوالات زیر را با دقت پاسخ دهید.

سوال ۳ : با نمودار درختی شمارنده های اول اعداد زیر را بنویسید.

۵۴ , ۱۶۰ , ۳۶



سوال ۴ : عدد ۲۴ پس از تجزیه به شکل مقابل در آمده است:

$$24 = 3 \times 2 \times 2 \times 2$$

الف . شمارنده های اول ۲۴ را بنویسید.

ب . ۲ شمارنده ۲۴ را بنویسید که اول نباشند.

سوال ۵ : تمام شمارنده های عدد ۶۳ را بنویسید:

$$63 = 7 \times 3 \times 3$$

دانش آموزان عزیز با مرور نکات ارائه شده برای یادگیری بیشتر تمرینات صفحه ۶۱ را نیز حل کنید.



درس سوم : بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد

بزرگترین شمارنده ی مشترک بین دو عدد را بزرگترین مقسوم علیه مشترک یا به طور مختصر (ب م م) دو عدد می گوئیم. ب م م دو عدد a و b را با (a, b) نمایش می دهیم. برای به دست آوردن (ب م م) دو عدد دو روش ارائه می دهیم.

روش اول :

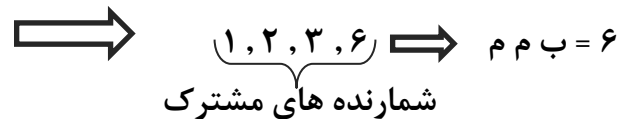
مرحله ی اول. همه ی شمارنده های دو عدد را می نویسیم.
مرحله ی دوم. شمارنده های مشترک را مشخص می کنیم.
مرحله ی سوم. بزرگترین شمارنده ی مشترک را مشخص می کنیم که همان (ب م م) دو عدد است.

مثال: ب م م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را بدست آورید.

پاسخ:

$$(12, 18) = ?$$

شمارنده های ۱۲ : ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲



شمارنده های ۱۸ : ۱, ۲, ۳, ۶, ۹, ۱۸

$$(12, 18) = 6$$

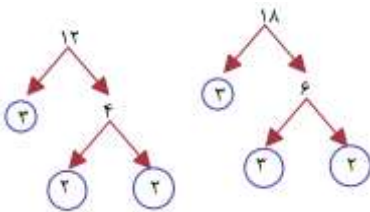
روش دوم : با استفاده از تجزیه اعداد به شمارنده های اول، ب م م مشخص می شود:

مرحله ی اول : با نمودار درختی اعداد را تجزیه می کنیم تا به اعداد اول ختم شوند.

مرحله ی دوم : حاصلضرب شمارنده های اول را برای هر عدد می نویسیم.

مرحله ی سوم : اعداد مشترک هر دو عدد را انتخاب و درهم ضرب می کنیم.

مثال: ب م م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را به روش تجزیه به دست آورید. $(12, 18) = ?$



$$12 = 2 \times 2 \times 3 \Rightarrow 2 \times 3 = 6 \Rightarrow (12, 18) = 6$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$



$$(10, 1) = 1$$

نکته : ب م م هر عدد با یک برابر است. مثال :

$$(6, 6) = 6$$

نکته : ب م م هر عدد با خودش همان عدد می شود. مثال :

$$(3, 5) = 1$$

نکته : ب م م دو عدد اول متفاوت عدد ۱ است. مثال :

$$(17, 18) = 1$$

نکته : ب م م دو عدد طبیعی متوالی عدد ۱ است. مثال :

$$(6, 3) = 3$$

نکته: اگر عدد a بر عدد b بخشپذیر باشد ب م م آن ها عدد b است. مثال:

(زیرا عدد ۳ شمارنده ی ۶ است و بزرگترین شمارنده ی خودش پس ب م م دو عدد ۶ و ۳ عدد ۳ است.)

نکته: برای ساده کردن کسرهای از ب م م استفاده می کنیم.

مثال: کسرهای زیر را ساده کنید.

$$\left\{ \begin{array}{l} 20, 10, 5, 2, 1: \text{شمارنده های عدد } 20 \\ 25, 5, 1: \text{شمارنده های عدد } 25 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} (20, 25) = 5 \\ (20 \div 5, 25 \div 5) = \frac{4}{5} \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 27, 9, 3, 1: \text{شمارنده های عدد } 27 \\ 63, 21, 9, 7, 3, 1: \text{شمارنده های عدد } 63 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} (27, 63) = 9 \\ (27 \div 9, 63 \div 9) = \frac{3}{7} \end{array}$$

سؤال: دو ظرف به گنجایش ۴۵ و ۳۰ لیتر داریم. می خواهیم با پیمانه هایی به گنجایش ۱ و ۲ و ۳ ... لیتر آن ها را پر کنیم. با چه پیمانه هایی می توانیم دو ظرف را کامل پر کنیم؟
با چه پیمانه ای زودتر پر می شود؟ (بزرگترین پیمانه را مشخص کنید).

پاسخ:

$$\left\{ \begin{array}{l} 45, 15, 9, 5, 3, 1: \text{شمارنده های عدد } 45 \\ 30, 15, 6, 5, 3, 2, 1: \text{شمارنده های عدد } 30 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} 1, 3, 5, 15 \\ \text{بزرگترین پیمانه ی مشترک} \end{array}$$

با پیمانه های ۱، ۳، ۵، ۱۵ لیتری می توانیم دو ظرف را کامل پر کنیم.
و با پیمانه ی ۱۵ لیتری ظرف ها سریعتر پر می شوند.

$$(45, 30) = 15$$

مثال: ب م م اعداد زیر را به صورت ذهنی به دست آورید.

(الف) $(10, 30)$ (ب) $(10, 11)$ (ج) $(1, 73)$ (د) $(13, 17)$

پاسخ:

(الف) عدد ۳۰ بر ۱۰ بخش پذیر است پس: $(10, 30) = 10$

(ب) دو عدد ۱۰ و ۱۱ متوالی هستند پس ب م م آن ها ۱ است. $(10, 11) = 1$

(ج) ب م م هر عدد طبیعی و ۱ همان ۱ است. $(1, 73) = 1$

(د) دو عدد ۱۳ و ۱۷ عدد اول هستند پس ب م م آن ها ۱ است. $(13, 17) = 1$

مثال: با توجه به تجزیه ی دو عدد A و B به سوالات زیر پاسخ دهید: $A = 2 \times 2 \times 3 \times 11$ $B = 2 \times 5 \times 5 \times 11 \times 11$

(الف) یک شمارنده ی اول مشترک هر دو عدد را بنویسید.

(ب) دو شمارنده ی غیر اول عدد B را بنویسید.

(ج) ب م م دو عدد A و B را محاسبه کنید.

پاسخ: (الف) اعداد ۲ و ۱۱ شمارنده های اول مشترک هر دو عدد هستند.

(ب) با ضرب کردن اعداد اول عدد B شمارنده های غیر اول به دست می آید: $2 \times 5 = 10$ و $5 \times 11 = 55$

ج) با ضرب کردن اعداد مشترک در تجزیه ی دو عدد A و B داریم: $(A, B) = 2 \times 11 = 22$

مثال: حاصل عبارت های زیر را به دست آورید:

الف) $(5, 11, 7)$:

ب) $(42, 28, 21)$:

پاسخ:

الف) اعداد داده شده همگی اول هستند پس تنها شمارنده ی مشترکشان عدد ۱ است بنابراین: $(5, 11, 7) = 1$

ب) ابتدا هر سه عدد را تجزیه می کنیم و عدد یا اعدادی که در هر سه مشترک است را انتخاب می کنیم:

$$42 = 2 \times 3 \times 7 \quad 28 = 2 \times 2 \times 7 \quad 21 = 3 \times 7$$

تنها عدد مشترک در تجزیه ۷ است پس: $(42, 28, 21) = 7$

با توجه به نکات و مثال های حل شده سؤالات زیر را حل کنید.

سؤال: مستطیلی به ابعاد ۲۴ و ۱۸ سانتی متر داریم.

الف) اگر با کاشی های مربعی سطح این مستطیل را پر کنیم، ضلع این کاشی های مربعی چه اعدادی می تواند باشد؟

ب) ضلع بزرگترین کاشی چند است؟ راه حل را بنویسید.

سؤال: کسرهای زیر را با تجزیه صورت و مخرج (استفاده از ب م م) ساده کنید.

$$\frac{36}{28} =$$

$$\frac{42}{56} =$$

سؤال: به کمک نمودار درختی اعداد زیر ۷۲ و ۱۴۴ تجزیه کنید و ب م م آن ها را محاسبه کنید.

$$(144, 72) = \dots\dots\dots$$

سؤال: حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$$(40, 30) =$$

$$(55, 56) =$$

$$(21, 35) =$$

$$(6, 54) =$$

$$(15, 1) =$$

$$(3, 2, 7) =$$

دانش آموزان عزیز با مرور نکات ارائه شده برای یادگیری بیشتر تمرینات صفحه ۶۳ را نیز حل کنید.



درس چهارم : کوچکترین مضرب مشترک دو عدد

مضرب های طبیعی اعداد : از ضرب یک عدد در اعداد طبیعی، مضارب طبیعی آن عدد بدست می آیند.
مضارب طبیعی یک عدد را به اختصار مضارب آن عدد می نامیم.

مثال:

$$5 \text{ مضارب} = 5 \times 1, 5 \times 2, 5 \times 3, 5 \times 4, \dots$$

$$5, 10, 15, 20, \dots$$

$$8 \text{ مضارب} = 8 \times 1, 8 \times 2, 8 \times 3, 8 \times 4, \dots$$

$$8, 16, 24, 32, \dots$$

نکته : هر عدد اولین مضرب طبیعی خودش است.

نکته: تنها مضرب اول هر عدد اول خودش است.

نکته : علامت ... در نوشتن مضارب عدد به معنای این است که این اعداد با همین الگو ادامه پیدا می کنند و پایان ندارند.

مثال : الف. اولین مضرب ۱۲ چند است؟ ۱۲

ب. پنجمین مضرب ۱۲ چند است؟ $12 \times 5 = 60$

پ. ۳۶ چندمین مضرب ۱۲ است؟

پاسخ : ۳۶ سومین مضرب ۱۲ است. $36 \div 12 = 3$

کوچکترین مضرب مشترک دو عدد :

از میان مضارب طبیعی دو عدد، اولین مضربی که مشترک باشد، کوچکترین مضرب مشترک دو عدد a و b است که به طور مختصر به آن $K M$ دو عدد گفته می شود و به صورت $[a, b]$ نوشته می شود.
دو روش برای بدست آوردن $K M$ دو عدد ارائه می شود :

روش اول :

۱. مضارب دو عدد را می نویسیم.

۲. مضرب های مشترک را مشخص می کنیم.

۳. اولین مضرب مشترک دو عدد $K M$ دو عدد است.

مثال : با نوشتن مضرب های دو عدد، $K M$ ۶ و ۸ را بدست آورید.

$$[6, 8] = ?$$

پاسخ :

مضارب مشترک $6 \text{ مضارب} = 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, \dots$

$8 \text{ مضارب} = 8, 16, 24, 32, 40, 48, \dots$

$$24, 48, \dots \Rightarrow K M = 24 \Rightarrow [6, 8] = 24$$



روش دوم: بدست آوردن ک م م دو عدد به روش (تجزیه به شمارنده های اول)

۱. دو عدد را به روش درختی تجزیه می کنیم تا به اعداد اول ختم شوند.

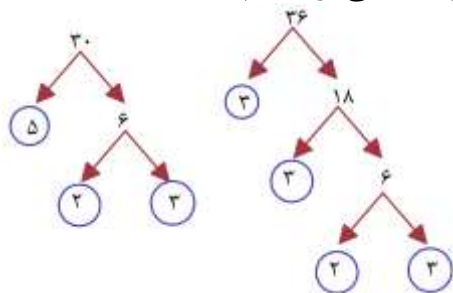
۲. دو عدد را به حاصلضرب شمارنده های اول می نویسیم.

۳. برای محاسبه ک م م قسمت مشترک در تجزیه ی هر دو عدد را در اعداد غیر مشترک در تجزیه ضرب می کنیم.

برای درک بهتر این روش به مثال های زیر توجه کنید.

مثال: ک م م دو عدد ۳۶ و ۳۰ را به دست آورید.

ابتدا به کمک نمودار درختی دو عدد را تجزیه و به صورت ضرب شمارنده های اول می نویسیم:



$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$36 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

قسمت 2×3 در هر دو مشترک و اعداد ۵ و ۳ و ۲ و ۲ غیرمشترک هستند.

برای محاسبه ی ک م م این دو قسمت را در هم ضرب می کنیم

پس:

$$[30, 36] = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360$$

$$[18, 12] = ?$$

مثال: ک م م دو عدد ۱۸ و ۱۲ را بدست آورید.

$$[18, 12] = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

$$[20, 24] = ?$$

مثال: ک م م دو عدد ۲۴ و ۲۰ را بدست آورید.

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$[20, 24] = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$$

$$[4, 1] = 4$$

نکته: ک م م هر عدد با یک برابر خود عدد است. مثال:

$$[5, 7] = 35$$

نکته: ک م م دو عدد اول متفاوت برابر حاصلضرب آنهاست. مثال:

$$[17, 17] = 17$$

نکته: ک م م هر عدد با خودش همان عدد می شود.

نکته: اگر a شمارنده b باشد ک م م دو عدد b است. برای درک بهتر به مثال زیر توجه کنید.

مثال: ۳ شمارنده 6 است پس: $[3, 6] = 6$

نکته: مهمترین کاربرد (ک م م) در بدست آوردن مخرج مشترک دو کسر است.

مثال: حاصل کسرهایی زیر را بدست آورید.

$$\frac{7}{15} + \frac{9}{20} = \frac{7 \times 4}{15 \times 4} + \frac{9 \times 3}{20 \times 3} = \frac{28 + 27}{60} = \frac{55}{60} \quad [15, 20] = 60$$

مثال: یک پیست دو و میدانی کوچک در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد. امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می کنند. اگر امید هر ۳۵ ثانیه و فرامرز هر ۲۱ ثانیه یک دور کامل دور میدان بدونند پس از چند ثانیه با هم به همان نقطه می شروع می رسند؟ در این مدت هر کدام چند دور دویده اند؟

پاسخ:

امید هر ۳۵ ثانیه یکبار به نقطه می شروع می رسد یعنی زمان رسیدن به نقطه می شروع مضارب ۳۵ است. به همین ترتیب زمان رسیدن فرامرز به نقطه می شروع هم مضارب عدد ۲۱ است پس برای اینکه بدانیم چه زمانی هر دو با هم به این نقطه می رسند باید ک م م دو عدد ۲۱ و ۳۵ را محاسبه کنیم.

$$35 = 5 \times 7$$

$$[35, 21] = 7 \times 5 \times 3 = 105$$

$$21 = 3 \times 7$$

بعد از ۱۰۵ ثانیه با هم به نقطه می شروع می رسند و در این مدت
امید $3 = 105 \div 35$ دور و فرامرز $5 = 105 \div 21$ دور دویده اند



مثال: برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بزنید.

(الف) $[1, n] = n$

پاسخ: ک م م دو عدد ۱ و ۱۵ همان ۱۵ است. یعنی $[15, 1] = 15$

(ب) $[n, n] = n$

پاسخ: ک م م دو عدد ۷ و ۷ همان ۷ است یعنی: $[7, 7] = 7$

(ج) ب م م دو عدد شمارنده k م م دو عدد است.

پاسخ: دو عدد ۱۸ و ۱۲ را در نظر بگیرید.

ب م م دو عدد ۶ و ک م م آن ها ۳۶ است. و واضح است که ۶ شمارنده 36 است.

(د) حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ب م م و ک م م دو عدد است.

پاسخ: دو عدد ۱۸ و ۱۲ را در نظر بگیرید:

$$18 \times 12 = 216 \quad [18, 12] \times (18, 12) = 36 \times 6 = 216$$

$$18 \times 12 = [18, 12] \times (18, 12) = 216 \quad \text{پس:}$$

مثال) پاسخ عبارتهای زیر را به صورت ذهنی محاسبه کنید.

الف) $[۱۰, ۳۰]$ ب) $[۱۱, ۳]$ ج) $[۲۳, ۲۳]$ د) $[۵۴, ۱]$

پاسخ:

الف) ۱۰ شمارنده ی ۳۰ است پس ک م م دو عدد ۳۰ است. $[۱۰, ۳۰] = ۳۰$

ب) دو عدد ۳ و ۱۱ هر دو اول هستند پس ک م م آن ها حاصل ضربشان است یعنی: $[۱۱, ۳] = ۳۳$

ج) ک م م هر عدد با خودش برابر است . یعنی: $[۲۳, ۲۳] = ۲۳$

د) ک م م هر عدد با عدد یک برابر است با خود آن عدد یعنی: $[۱, ۵۴] = ۵۴$



با توجه به نکات و مثال های حل شده سؤالات زیر را پاسخ دهید.

سؤال ۱: تساوی های زیر را کامل کنید. (با نوشتن راه حل)

$$(۴۵, ۵۴) =$$

$$[۱۸, ۲۷] =$$

سؤال ۲: تساوی های زیر را با روش نوشتن مضرب ها کامل کنید.

$$[۶, ۴۲] =$$

$$[۲۷, ۳۰] =$$

سؤال ۳: رضا در هر ۴ روز یک بار ساعت ۱۷ به باشگاه بدنسازی می رود و امیر هر ۶ روز یکبار در همان ساعت به همان باشگاه ورزشی می رود. اگر هر دو از ۳۱ شهریورماه همزمان شروع به رفتن به باشگاه کنند، تعیین کنید در چه روزهایی از ماه مهر همدیگر را ملاقات می کنند؟

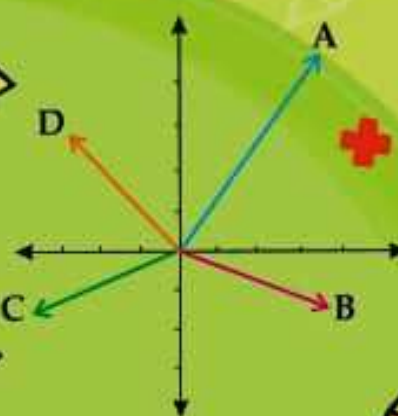


دانش آموزان عزیز با مرور نکات ارائه شده برای یادگیری بیشتر تمرینات صفحه ۶۷ را نیز حل کنید.

همراه با درسنامه



$$x^2 = x \cdot x$$



ریاضی هفتم

- نکات و توضیحات کتاب ریاضی
- پایه هفتم
- دوره اول متوسطه
- گروه آموزشی ریاضی متوسطه اول استان خوزستان

فصل ۶: حجم و سطح

مدرسه تعطیل است ولی آموزش تعطیل نیست.



فصل ششم : حجم و سطح

درس اول: حجم های هندسی

حجم: به مقدار فضایی که یک جسم اشغال می کند حجم می گویند و در محاسبات آن را با V نمایش می دهند.

اگر به اطراف خود دقت کنیم میبینیم که همه ی اشیاء در اطراف ما حجم دارند و می توان بر اساس ویژگی های ظاهری آن ها را دسته بندی کرد.

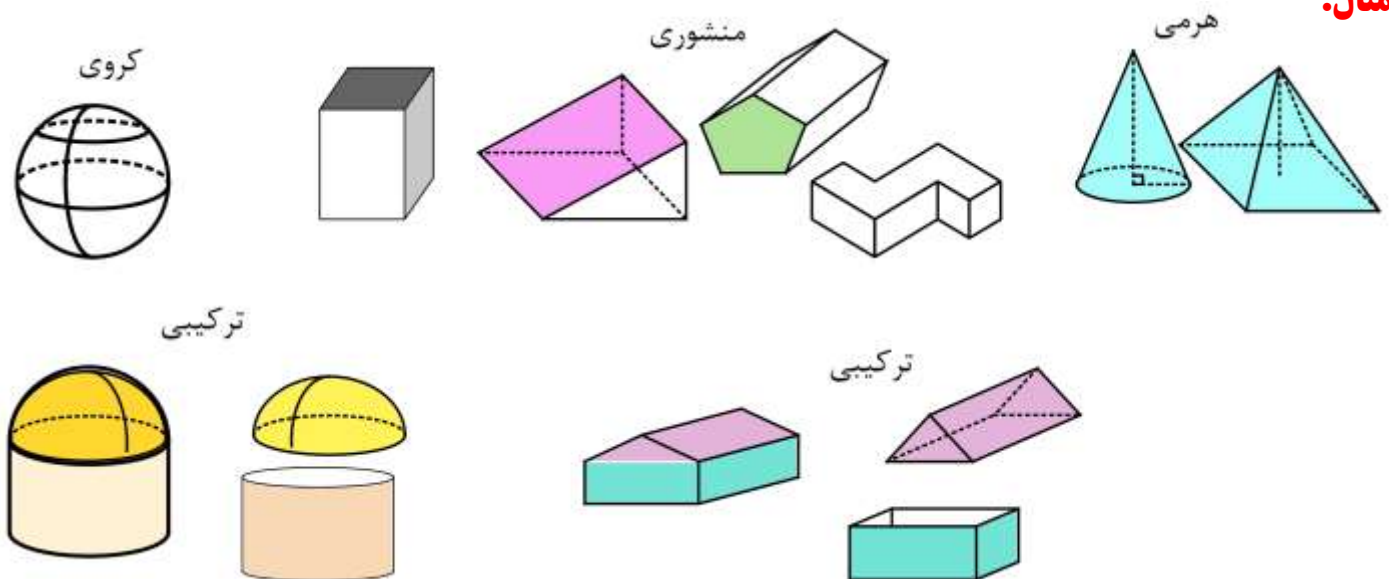
انواع حجم ها:

(۱) حجم های هندسی: شکل مشخص و تعریف شده ای دارند مانند مکعب ، کره ، استوانه و ...

(۲) حجم های غیرهندسی: شکل مشخص و تعریف شده ای ندارند مانند تکه سنگ ، مجسمه و ...

حجم های هندسی نیز به سه دسته ی اصلی **منشوری** ، **هرمی** و **کروی** تقسیم بندی می شوند. برخی از حجم های هندسی نیز ترکیبی از این سه نوع هستند.

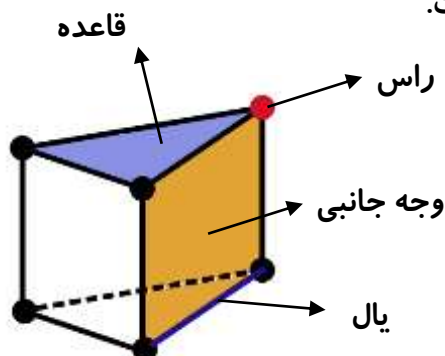
مثال:



با توجه به ویژگی شکل های بالا می توان برای هر دسته تعریفی بیان کرد.

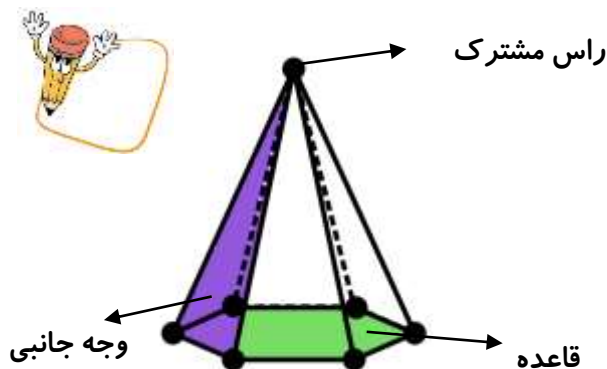
حجم های منشوری

حجم های منشوری بین دو صفحه ی موازی قرار میگیرند (به این دو صفحه **قاعده** می گویند). و سطح های اطراف که به آن ها **سطح جانبی** می گویند از مستطیل ساخته شده است.



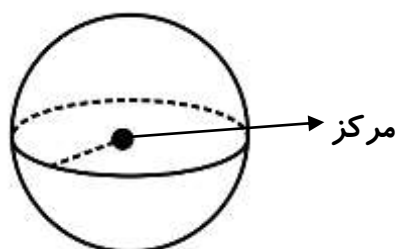
حجم های هرمی

دارای یک قاعده هستند و سطح جانبی آن از مثلث تشکیل می شود که در یک راس مشترک هستند.

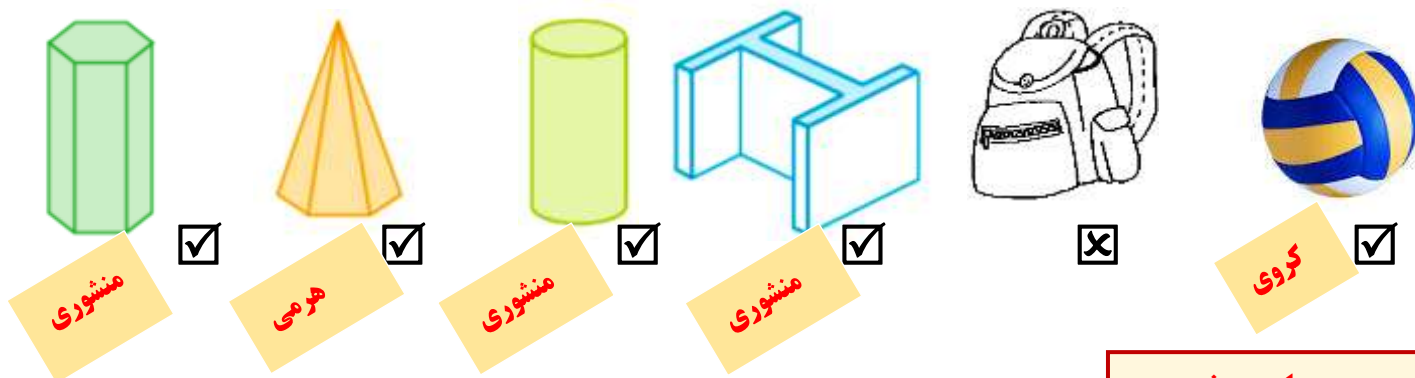


حجم های کروی

کره یک جسم هندسی کاملاً گرد در فضا است. (مانند توپ) که هر نقطه روی سطح قرار دارد در فاصله ی یکسان از مرکز کره قرار دارد. به این فاصله شعاع کره می گویند.



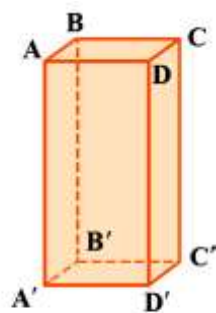
سوال: حجم های هندسی را مشخص کنید و نوع آن (منشوری ، هرمی یا کروی بودن هر کدام) را تعیین کنید



حجم های منشوری

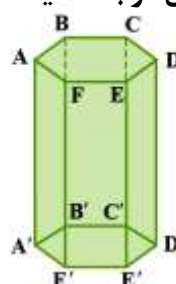
حجم های منشوری بین دو سطح موازی قرار دارند و بر اساس تعداد پهلوه ها یا همان سطح های اطرافشان نامگذاری می شوند به طور مثال منشوری با قاعده ی مثلث را یک منشور سه پهلوه می نامیم. به دو سطح موازی و هم نهشت ، **قاعده ی منشور** می گوئیم. به سطح های اطراف منشور که معمولاً مستطیل و گاهی متوازی الاضلاع هستند **سطح جانبی** می گوئیم. به محل برخورد سطح ها **یال** می گوئیم.

به نقطه ی برخورد هر سه سطح، **راس** می گوئیم. فاصله ی دو قاعده را **ارتفاع** منشور می نامیم. برای درک بهتر مفاهیم بالا به این مثال توجه کنید.



- تعداد راس ها : ۸
- تعداد وجه های جانبی: ۴
- تعداد یالها: ۱۲
- تعداد قاعده ها: ۲
- تعداد وجه ها: ۶

منشور چهارپهلوه

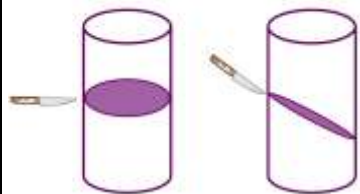
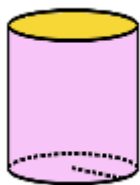


- مثال:**
- تعداد راس ها : ۱۲
 - تعداد وجه های جانبی: ۶
 - تعداد یالها: ۱۸
 - تعداد قاعده ها: ۲
 - تعداد وجه ها: ۸

منشور شش پهلوه

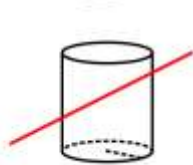
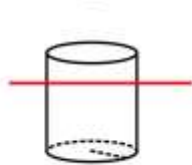
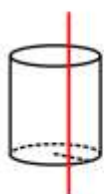
طبق الگویی که در مثال های بالا مشاهده می شود یک منشور n پهلوی n وجه جانبی، $2n$ راس، $3n$ یال و $n+2$ وجه دارد.

نکته: استوانه نوعی حجم منشوری است که قاعده اش دایره است.



اگر با استفاده از خمیر بازی (یا برش دادن سیب زمینی) یک استوانه بسازیم و با چاقو آن را برش دهیم و سطح برش خورده را رنگ کرده و روی کاغذ بزنیم، با توجه به نحوه ی برش زدن ممکن است تصویر روی کاغذ شبیه دایره بیضی یا مستطیل باشد. به این کار مقطع زدن می گویند.

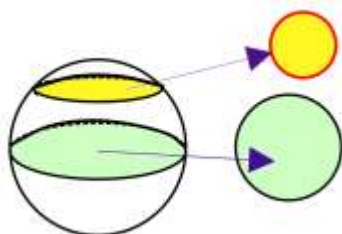
با مقطع زدن یک استوانه و با توجه به نوع برش (خط قرمز مسیر حرکت چاقو را نشان می دهد)، سطح های زیر ایجاد می شود



سوال ۱: مقطع یک کره چیست؟

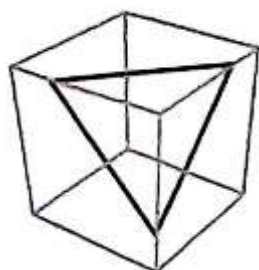
آیا ممکن است مقطع یک کره و مکعب مثل هم باشند؟

پاسخ: یک کره به هر طریقی مقطع بزنی تصویر حاصل یک دایره است که بزرگی آن به اندازه ی شعاع کره و یا کوچکتر از آن است. (شکل ۱)



نکته: اگر صفحه ی مقطع از مرکز کره بگذرد شعاع دایره ی سطح مقطع برابر با شعاع کره و بزرگترین حالت ممکن است.

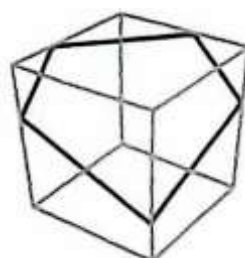
مقطع یک مکعب چندضلعی است. با توجه به نوع برش ممکن است مثلث مربع مستطیل پنج ضلعی و شش ضلعی باشد. پس مقطع کره و مکعب نمی تواند شبیه به همدیگر باشد.



مقطع مثلث



مقطع چهارضلعی



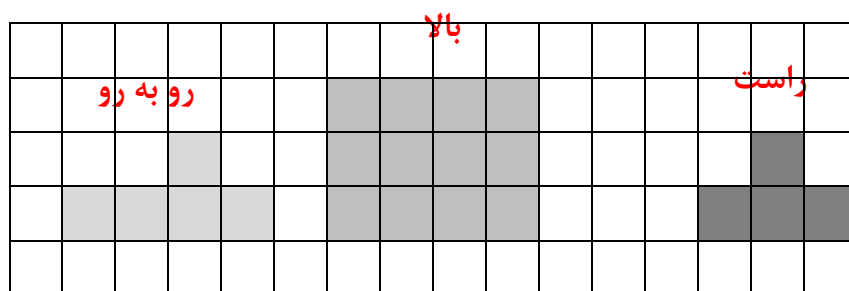
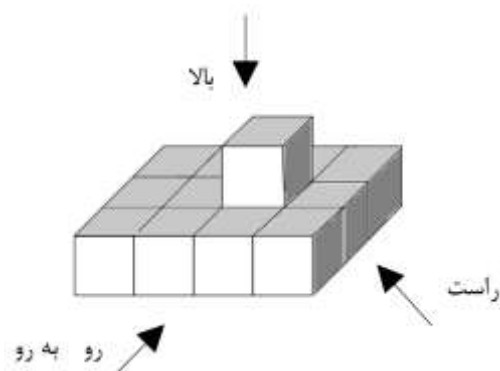
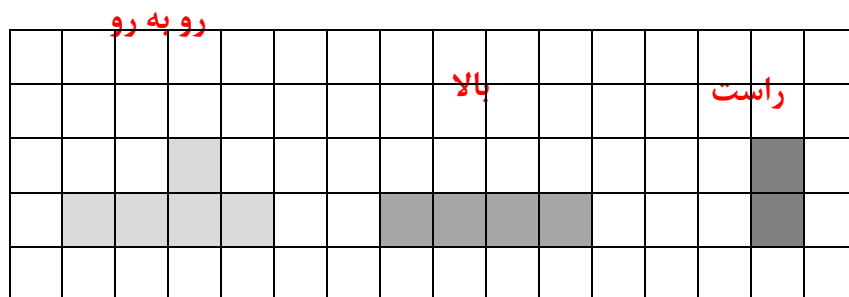
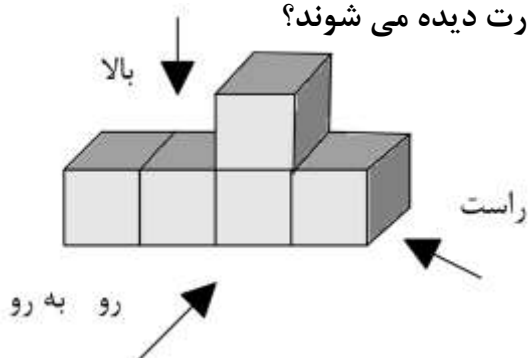
مقطع پنج ضلعی



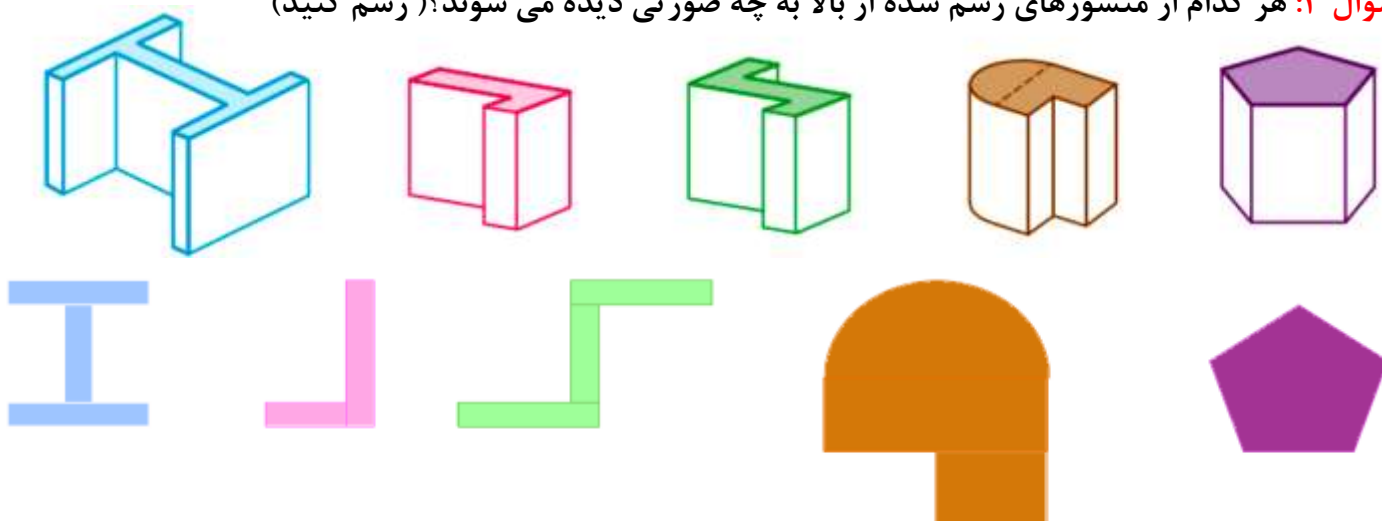
مقطع شش ضلعی

سوال ۲: هر کدام از حجم های رسم شده از جهت های مختلف به چه صورت دیده می شوند؟

پاسخ:



سوال ۳: هر کدام از منشورهای رسم شده از بالا به چه صورتی دیده می شوند؟ (رسم کنید)

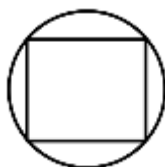


نکته: همانطور که در مثال های بالا دیدید ، دید از بالا یا مقطع یک منشور ، همان قاعده ی منشور است.

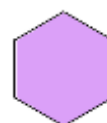
سوال ۴: مقطع هر کدام از منشورهای زیر را رسم کنید.

الف) یک منشور شش پهلوی

ب) یک مکعب درون استوانه



پاسخ ب



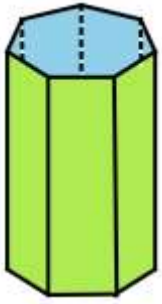
پاسخ الف

سوال ۵: با توجه به هر شکل به سوالات زیر پاسخ دهید.

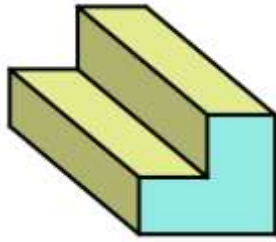
(۱) تعداد وجه های جانبی:

(۲) تعداد راس ها:

(۳) تعداد یال ها:



الف



ب

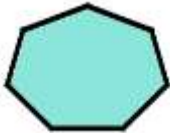
پاسخ:

الف) قاعده ی منشور یک هفت ضلعی است.

تعداد وجه های جانبی به اندازه ی اضلاع قاعده است پس: **۷ وجه جانبی دارد.**

تعداد راس ها دو برابر تعداد اضلاع قاعده است پس: **۱۴ راس دارد.**

تعداد یال ها سه برابر تعداد اضلاع قاعده است پس: **۲۱ یال دارد.**

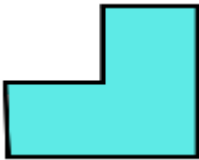


ب) قاعده ی منشور یک ۶ ضلعی است.

تعداد وجه های جانبی به اندازه ی اضلاع قاعده است پس: **۶ وجه جانبی دارد.**

تعداد راس ها دو برابر تعداد اضلاع قاعده است پس: **۱۲ راس دارد.**

تعداد یال ها سه برابر تعداد اضلاع قاعده است پس: **۱۸ یال دارد.**



کاردستی: به کمک نی و خمیر بازی و مانند نمونه های زیر منشورهای مختلف بسازید و به سوال قبل پاسخ دهید.



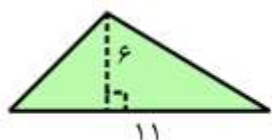
فرزندم! با مرور نکات بالا برای یادگیری بیشتر تمرین های صفحه ی ۷۲ از کتاب درسی را حل کن.



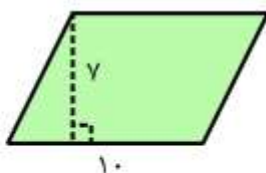
در دوره ی ابتدایی با مساحت دایره و چندضلعی ها و حجم مکعب مستطیل آشنا شده اید. برای یادآوری مطالب به جدول و مثالهای زیر توجه کنید.

نام شکل	فرمول مساحت	نام شکل	فرمول مساحت
مربع	خودش $\times$ یک ضلع	مثلث	$۲ \div (\text{ارتفاع} \times \text{قاعده})$
مستطیل	عرض $\times$ طول	لوزی	$۲ \div (\text{قطر بزرگ} \times \text{قطر کوچک})$
متوازی الاضلاع	قاعده $\times$ ارتفاع	دوزنقه	$۲ \div (\text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده})$
دایره : $\frac{۳}{۱۴} \times \text{شعاع} \times \text{شعاع}$ یا $\pi \times \text{شعاع} \times \text{شعاع}$			

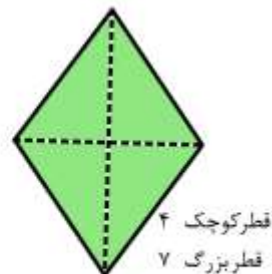
مثال (۱) مساحت شکل های زیر را به دست آورید.



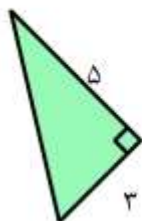
$$\begin{aligned} \text{مساحت مثلث} &= \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{۲} \\ S &= \frac{۶ \times ۱۱}{۲} = ۳۳ \end{aligned}$$



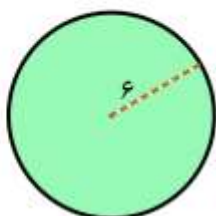
$$\begin{aligned} \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} &= \text{مساحت متوازی الاضلاع} \\ S &= ۷ \times ۱۰ = ۷۰ \end{aligned}$$



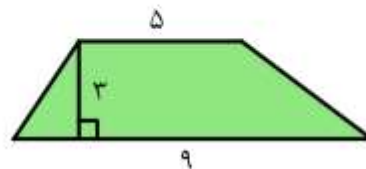
$$\begin{aligned} \text{مساحت لوزی} &= \frac{\text{حاصل ضرب دو قطر}}{۲} \\ S &= \frac{۴ \times ۷}{۲} = ۱۴ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{مساحت مثلث} &= \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{۲} \\ S &= \frac{۳ \times ۵}{۲} = ۷/۵ \end{aligned}$$

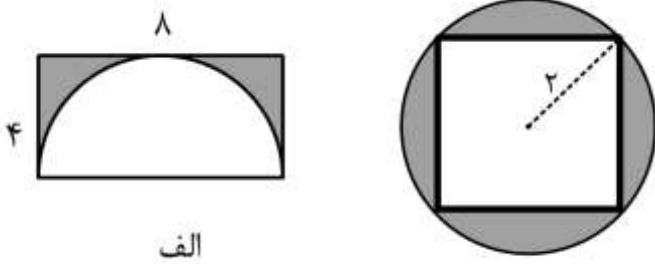


$$\begin{aligned} \text{شعاع } r: \quad \pi &\simeq ۳ \\ \text{مساحت دایره} &= r \times r \times \pi \\ S &= ۶ \times ۶ \times ۳ = ۱۰۸ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{مساحت دوزنقه} &= \frac{\text{مجموع دو قاعده} \times \text{ارتفاع}}{۲} \\ S &= \frac{۳ \times (۵+۹)}{۲} = ۲۱ \end{aligned}$$

مثال ۲) مساحت قسمت رنگ شده را به دست آورید.



پاسخ:

الف) ابتدا مساحت مستطیل با طول ۸ و عرض ۴ و مساحت نیم دایره ای به شعاع ۴

را محاسبه می کنیم سپس مساحت نیمدایره را از مساحت مستطیل کم می کنیم:

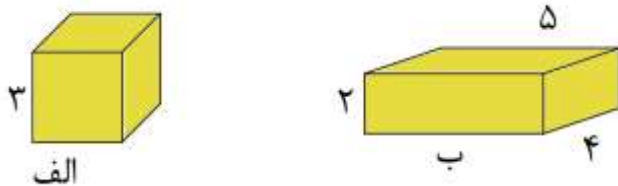
$$S_{\text{رنگی}} = 32 - 24 = 8 \Rightarrow S_{\text{نیم دایره}} = \frac{4 \times 4 \times \pi}{2} = 24 \quad S_{\text{مستطیل}} = 4 \times 8 = 32$$

ب) مساحت دایره ای به شعاع ۲ و مربعی به قطر ۴ را محاسبه و تفریق را انجام می دهیم

نکته: برای محاسبه ی مساحت مربعی به قطر ۴ از دستور مساحت لوزی استفاده می کنیم

$$S_{\text{رنگی}} = 12 - 8 = 4 \Rightarrow S_{\text{لوزی}} = \frac{4 \times 4}{2} = 8 \quad S_{\text{دایره}} = 2 \times 2 \times \pi = 12$$

مثال ۳) حجم شکل های مقابل را به دست آورید.



نکته: با توجه به دانسته های قبل می دانیم مقدار حجم را با V نمایش می دهیم و برای محاسبه ی حجم مکعب مستطیل از رابطه ی طول $\times$ عرض $\times$ ارتفاع استفاده می شود پس:

$$V_{\text{مکعب مستطیل (ب)}} = 5 \times 2 \times 4 = 40 \quad \text{و} \quad V_{\text{مکعب (الف)}} = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

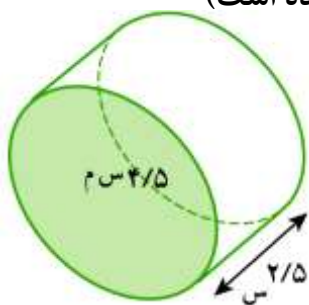
یکی از دسته های حجم های هندسی منشور ها هستند. منشور به یک شکل سه بعدی گفته می شود که دارای دو سطح موازی به نام قاعده است. به سطح های اطراف قاعده "وجه های جانبی" گفته می شود. به فاصله ی دو

قاعده "ارتفاع منشور" می گویند. به طور کلی برای محاسبه ی حجم شکل های منشوری مساحت قاعده ی

منشور را در ارتفاع منشور ضرب می کنیم. اگر مساحت قاعده را با حرف S و ارتفاع منشور را با h نامگذاری

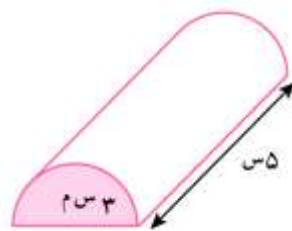
کنیم حجم منشور با رابطه ی $V = S \times h$ به دست می آید.

به مثالهای زیر توجه کنید. (قاعده ی هر منشور رنگ شده و مساحت آن کنارش نوشته شده است)



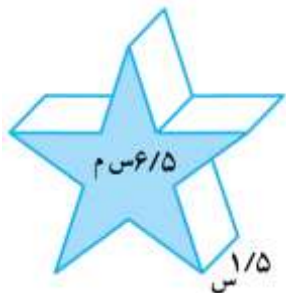
$$v = 4/5 \times 2/5 = 11/25$$

سانتیمتر مکعب



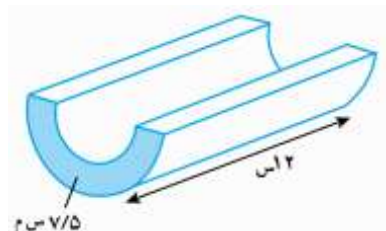
$$v = 3 \times 5 = 15$$

سانتیمتر مکعب



$$v = 6/5 \times 1/5 = 9/25$$

سانتیمتر مکعب



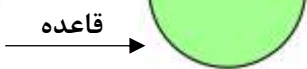
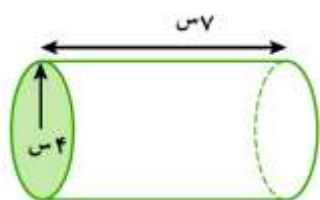
$$v = 7/5 \times 12 = 90$$

سانتیمتر مکعب

نکته ۱: برای اندازه گیری حجم از واحدهای مختلفی مانند مترمکعب (m^3) سانتی متر مکعب (cm^3) لیتر (L) سی سی (CC) و ... استفاده می شود.

نکته ۲: هر متر مکعب، ۱۰۰۰ لیتر است، هر لیتر، ۱۰۰۰ سی سی یا ۱۰۰۰ سانتیمتر مکعب است.

سوال الف: حجم هر کدام از شکل های زیر را محاسبه کنید. (π را ۳ در نظر بگیرید)

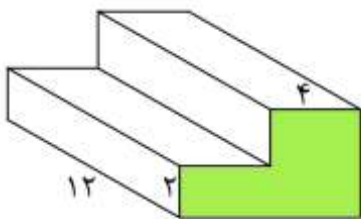


پاسخ ۱): مساحت دایره ای به شعاع ۴ برابر است با:

$$S = 4 \times 4 \times 3 = 48 \text{ cm}^2$$

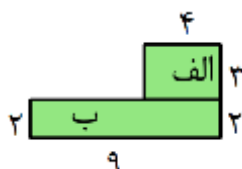
پس حجم شکل برابر است با:

$$v = s \times h = 48 \times 7 = 336 \text{ cm}^3$$



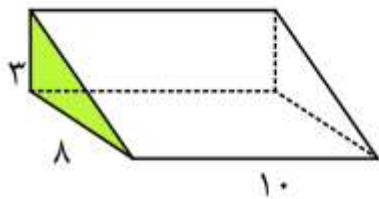
شکل ۲

پاسخ ۲): قاعده ی منشور دو مستطیل است پس مساحت قاعده برابر است با:



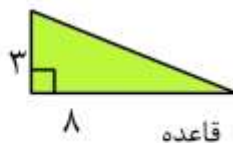
$$S_{\text{الف}} = 3 \times 4 = 12 \text{ و } S_{\text{ب}} = 2 \times 9 = 18 \rightarrow S = 12 + 18 = 30$$

$$v = s \times h = 30 \times 12 = 360$$



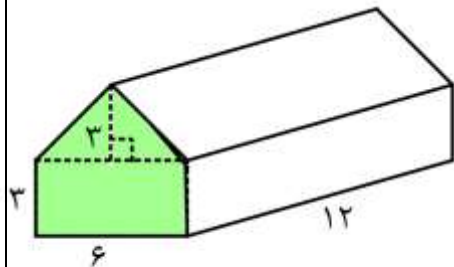
شکل ۳

پاسخ ۳: ابتدا توجه کنیم قاعده ی منشور مثلث زیر است:



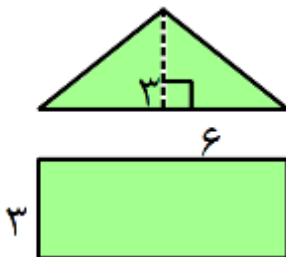
$$S = \frac{3 \times 8}{2} = 12$$

بنابراین حجم منشور برابر است با: $v = s \times h = 12 \times 10 = 120$



شکل ۴

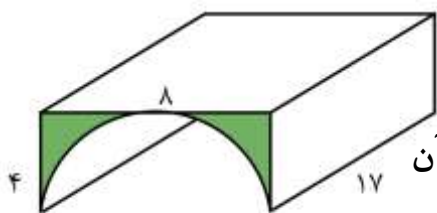
پاسخ ۴: قاعده ی منشور به صورت شکل زیر (مثلث و مستطیل) است.



پس مساحت آن برابر است با:

$$S = 9 + 18 = 27 \rightarrow S = 3 \times 6 = 18 \text{ مستطیل و } S = \frac{3 \times 6}{2} = 9 \text{ مثلث}$$

بنابراین حجم منشور برابر است با: $v = s \times h = 27 \times 12 = 324$



شکل ۵

پاسخ ۵: ابتدا توجه کنیم قاعده ی منشور مستطیلی با ابعاد ۸ و ۴ است که از آن

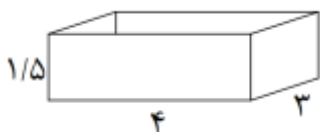
یک نیم دایره به قطر ۸ حذف شده پس:

$$S = 32 - 24 = 8 \text{ رنگی} \rightarrow S = \frac{4 \times 4 \times 3}{2} = 24 \text{ نیم دایره و } S = 4 \times 8 = 32 \text{ مستطیل}$$

بنابراین حجم منشور برابر است با: $v = s \times h = 8 \times 17 = 136$

سوال ب :

حوضی به شکل مکعب مستطیل با ابعاد ۴ و ۳ و ۱/۵ متر است. این حوض خالی را با شیر آبی که در هر دقیقه ۶۰ لیتر آب وارد آن می کند ، پر می کنیم. چند ساعت طول می کشد تا حوض پر شود؟



پاسخ: ابتدا حجم حوض را محاسبه می کنیم: $v = 4 \times 3 \times 1/5 = 18 m^3$

هر متر مکعب ۱۰۰۰ لیتر است پس: $v = 18 m^3 = 18 \times 1000 = 18000 L$

در هر دقیقه ۶۰ لیتر آب وارد حوض می شود بنابراین: دقیقه $300 = 18000 \div 60$ طول می کشد تا حوض پر از آب گردد. هر ساعت ۶۰ دقیقه است بنابراین $5 = 300 \div 60$ پس ۵ ساعت طول می کشد تا حوض از آب پر شود.



سوال ج:

یک پارچ به شکل استوانه است که ارتفاع آن ۳۰ سانتی متر و شعاع قاعده ی آن ۸ سانتی متر است. آب داخل این پارچ را در لیوان هایی به شکل استوانه به ارتفاع ۱۰ سانتیمتر و شعاع قاعده ی ۴ سانتیمتر می ریزیم. این آب چند لیوان را پر می کند؟

پاسخ: برای پیدا کردن تعداد لیوان ها باید حجم پارچ آب را بر حجم لیوان تقسیم کنیم. با توجه به دستور

محاسبه حجم استوانه : ارتفاع $\times \pi \times$ شعاع $\times$ شعاع $= v$

$$\text{تعداد ها لیوان} = \frac{\text{حجم پارچ}}{\text{حجم لیوان}} = \frac{8^2 \times \pi \times 30}{4^2 \times \pi \times 10} = 12$$

سوال د:

ارتفاع یک منشور ۱۰ متر و قاعده ی آن متوازی الاضلاعی به قاعده ی ۵ متر و ارتفاع ۳ متر است. حجم این منشور چند لیتر است؟

پاسخ: دقت کنیم قاعده ی منشور متوازی الاضلاع است و مساحت آن از دستور **قاعده $\times$ ارتفاع** محاسبه

می شود . پس : $v = s \times h = (5 \times 3) \times 10 = 150 \text{ m}^3$ یا ارتفاع $\times$ مساحت قاعده $=$ **حجم**

هر متر مکعب ۱۰۰۰ لیتر است بنابراین حجم این منشور $150 \times 1000 = 150000$ لیتر است



فرزندم! با مرور نکات بالا برای یادگیری بیشتر سایر تمرین های صفحه ی ۷۵ از کتاب درسی را حل کن.

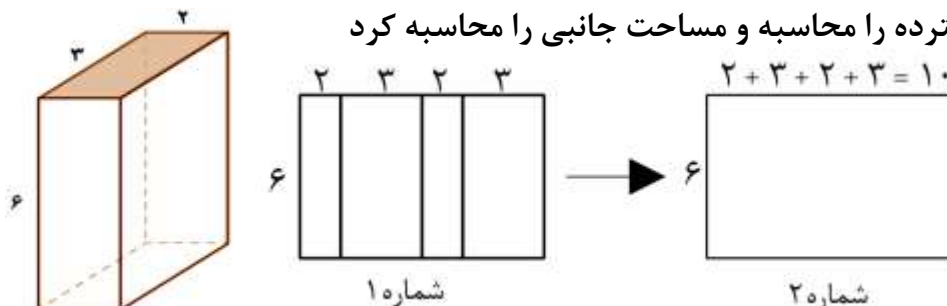


با توجه به تعریف حجم های منشوری دیدیم هر وجه جانبی منشورها به شکل مستطیل یا گاهی به شکل متوازی الاضلاع است. به مثال های زیر توجه کنید.

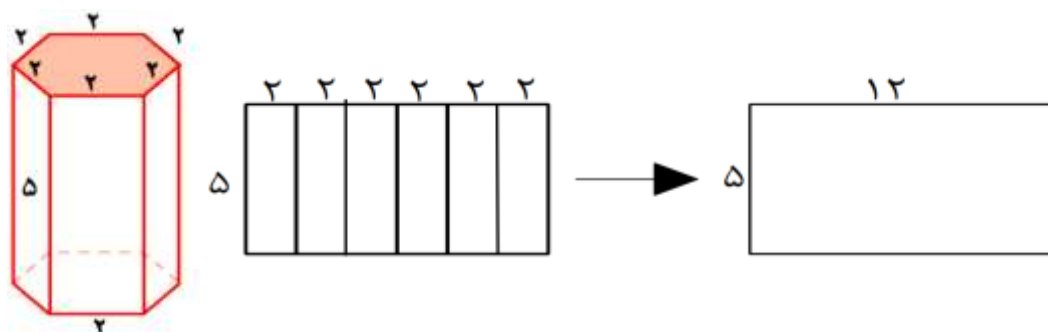
مثال: مساحت جانبی هر کدام از منشورهای زیر را محاسبه کنید.

برای محاسبه ی مساحت جانبی می توان مانند شکل ۱ مساحت هر مستطیل را محاسبه و مجموع را محاسبه کرد و یا مانند شکل ۲ طول مستطیل گسترده را محاسبه و مساحت جانبی را محاسبه کرد

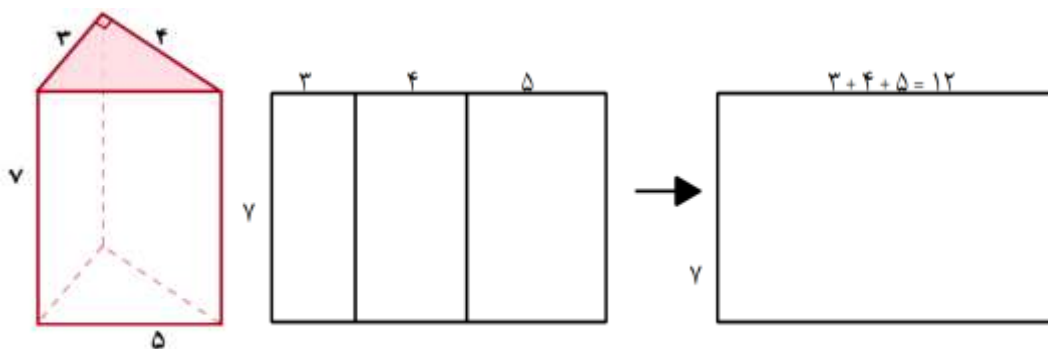
بنابراین:



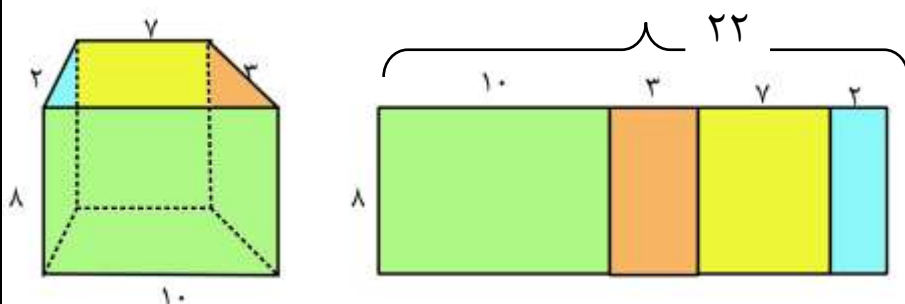
$$S_{\text{جانبی}} = 6 \times 10 = 60$$



$$S_{\text{جانبی}} = 5 \times 12 = 60$$



$$S_{\text{جانبی}} = 7 \times 12 = 84$$

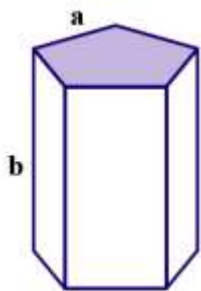


$$S_{\text{جانبی}} = 8 \times 22 = 176$$

دقت کنیم در هر کدام از مثالهای بالا برای محاسبه ی مساحت وجه های جانبی محیط قاعده را در ارتفاع منشور ضرب کرده ایم. با دقت به تمامی مثال های بالا می توان به دستور زیر برای محاسبه ی مساحت جانبی رسید:

نکته: $s = p \times h$ جانبی یا ارتفاع $\times$ محیط قاعده $s =$ جانبی

تمرین (۱)



شکل ۱

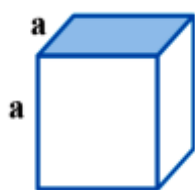
مساحت جانبی هر کدام از حجم های منشوری داده شده را به دست آورید.

پاسخ (۱) قاعده ی منشور یک پنج ضلعی منتظم به ضلع a است بنابراین :

$$p = 5 \times a = 5a \quad \text{محیط قاعده:}$$

$$s = p \times h = 5a \times b = 5ab \quad \text{مساحت جانبی:}$$

پاسخ (۲) قاعده ی منشور مربعی ضلع a است بنابراین :



شکل ۲

$$p = 4 \times a = 4a \quad \text{محیط قاعده:}$$

$$s = p \times h = 4a \times a \quad \text{مساحت جانبی:}$$

پاسخ (۳) قاعده ی منشور مستطیلی به طول و عرض a و b است بنابراین :

$$p = 2 \times (a + b) \quad \text{محیط قاعده:}$$

$$s = p \times h = 2(a + b) \times c = 2ac + 2bc \quad \text{مساحت جانبی:}$$



شکل ۳

تمرین (۲)

ستونی به شکل منشور شش پهلوست که هر ضلع قاعده اش $\frac{1}{3}$ متر و ارتفاع ستون ۲ متر است. می خواهند بدنه ی جانبی این ستون را کاشی کاری کنند. اگر دستمزد کاشی کردن برای هر متر مربع ۶۰۰۰۰ تومان باشد ، دستمزد کاشی کاری این ستون را محاسبه کنید.

پاسخ: برای پاسخ دادن به این سوال آن را به دو زیرمساله تقسیم می کنیم.

مساله اول: محاسبه ی مساحت جانبی منشور:

$$s = p \times h = (6 \times \frac{1}{3}) \times 2 = \frac{4}{3} m^2 \quad \text{جانبی}$$

$$\text{مساله دوم: محاسبه ی دستمزد:} \quad \text{تومان} \quad 216000 = \frac{4}{3} \times 60000 = \text{دستمزد}$$

یادآوری: محیط دایره ای به شعاع r برابر است با $2\pi r$

مثال (۱)

با مفتولی به طول ۵۰ متر، یک دایره ساخته ایم. شعاع این دایره را محاسبه کنید. ($\pi \simeq 3$)

پاسخ: طول مفتول محیط دایره است. به روابط زیر دقت کنید.

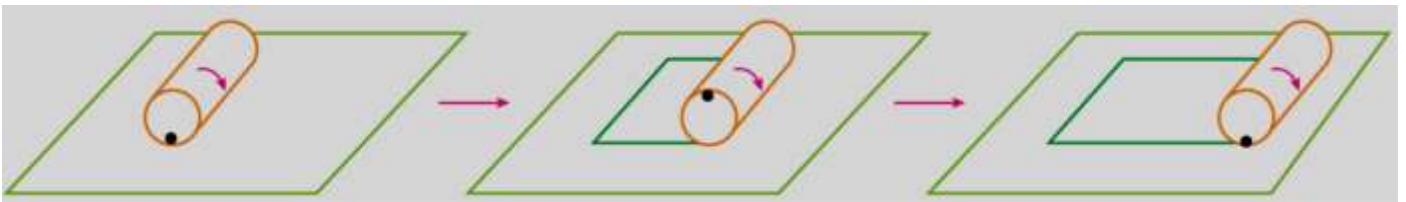
$$\text{محیط دایره} = \pi \times \text{قطر} \Leftrightarrow \text{قطر} = \frac{\text{محیط دایره}}{\pi}$$

بنابراین برای محاسبه ی قطر، محیط را بر عدد π تقسیم می کنیم: $\frac{50}{3} = \frac{\text{محیط دایره}}{\pi} = \text{قطر}$

بنابراین شعاع دایره نصف قطر یعنی $\frac{25}{3}$ است.

به فعالیت زیر توجه کنید:

یک استوانه را روی یک صفحه می غلطانیم و ابتدا و انتهای کار را مشخص می کنیم. تصویر ایجاد شده روی کاغذ یک مستطیل است. طول این مستطیل به اندازه ی محیط قاعده ی استوانه و عرض این مستطیل به اندازه ی ارتفاع استوانه است.



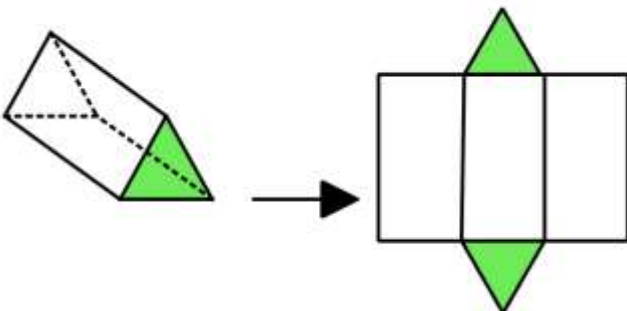
بنابراین فعالیت نتیجه ی زیر را داریم:

مساحت جانبی استوانه ای به شعاع قاعده ی r و ارتفاع h : $s = p \times h = 2\pi r \times h = 2\pi rh$ جانبی

به گسترده ی حجم های منشوری دقت کنید.

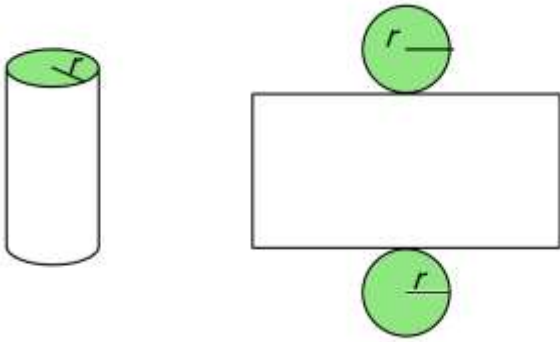
گسترده ی منشور سه پهلوی

سه مستطیل + دو قاعده به شکل مثلث



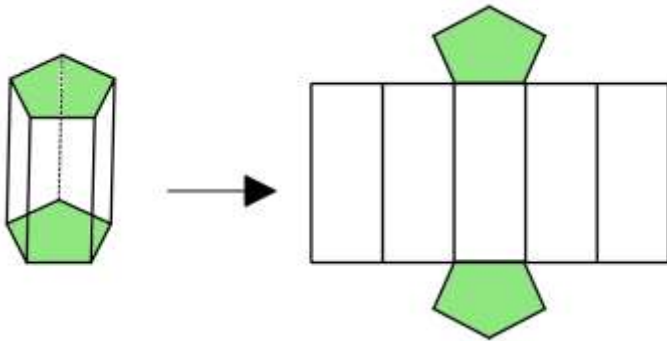
گسترده ی استوانه

مستطیل (طول آن محیط قاعده است) + دو قاعده به شکل دایره



گسترده ی منشور پنج پهلوی

پنج مستطیل + دو قاعده به شکل پنج ضلعی

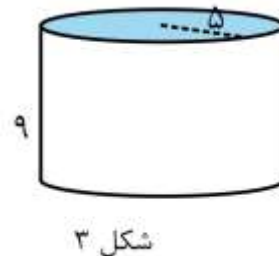
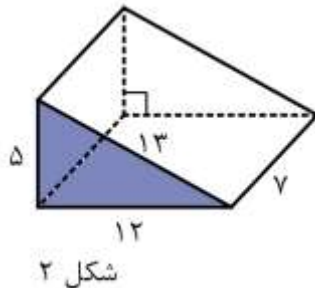
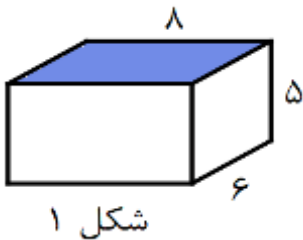


با توجه به مثالهای بالا نتیجه ی زیر را داریم:

نکته: مساحت کل منشور = مساحت جانبی + دو برابر مساحت قاعده یا $S_{\text{کل}} = S_{\text{جانبی}} + 2 \times S_{\text{قاعده}}$



تمرین (۱) مساحت کل هر کدام از منشورهای زیر را به دست آورید. ($\pi \approx 3$)



پاسخ (۱)

$$S_{\text{قاعده}} = 8 \times 6 = 48$$

$$S_{\text{جانبی}} = p \times h = 2(8+6) \times 5 = 140$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{جانبی}} + 2 \times S_{\text{قاعده}} = 140 + (2 \times 48) = 236$$

پاسخ (۲)

$$S_{\text{قاعده}} = \frac{5 \times 12}{2} = 30$$

$$S_{\text{جانبی}} = p \times h = (5+12+13) \times 7 = 210$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{جانبی}} + 2 \times S_{\text{قاعده}} = 210 + (2 \times 30) = 270$$

پاسخ (۳)

$$s_{\text{قاعده}} = 5 \times 5 \times 3 = 75$$

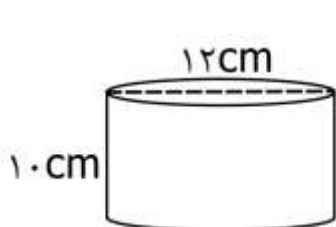
$$s_{\text{جانبی}} = p \times h = (2 \times 5 \times 3) \times 9 = 270$$

$$s_{\text{کل}} = s_{\text{جانبی}} + 2 \times s_{\text{قاعده}} = 270 + (2 \times 75) = 420$$

تمرین (۲) برای ساختن یک قوطی چای به شکل استوانه با قاعده ای به قطر ۱۲ سانتی متر و ارتفاع ۱۰ سانتیمتر ، چند سانتیمتر مربع ورق روی اندود استفاده می شود؟

پاسخ:

مقدار ورق روی اندود مصرف شده همان مساحت کل قوطی چای است پس باید مساحت کل استوانه ای با این مشخصات را محاسبه کنیم: (دقت کنیم قطر ۱۲ سانتی متر است پس شعاع دایره ۶ سانتی متر است)

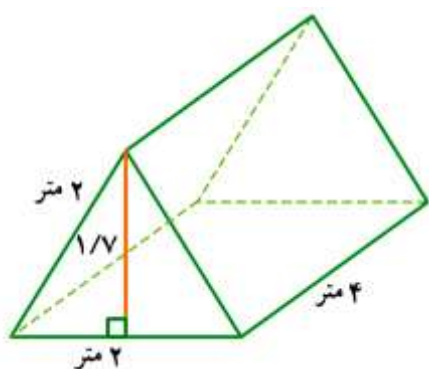


$$s_{\text{قاعده}} = 6 \times 6 \times 3 = 108 \text{ cm}^2$$

$$s_{\text{جانبی}} = p \times h = (2 \times 6 \times 3) \times 10 = 360 \text{ cm}^2$$

$$s_{\text{کل}} = s_{\text{جانبی}} + 2 \times s_{\text{قاعده}} = 360 + (2 \times 108) = 576 \text{ cm}^2$$

برای ساخت این قوطی چای به حداقل ۵۷۶ سانتی نتر مربع ورق روی اندود نیاز داریم.



تمرین (۳) یک چادر مسافرتی به شکل زیر است.

الف) برای دوختن این چادر چند متر مربع پارچه مصرف شده است؟

ب) حجم این چادر چند متر مربع است؟

پاسخ:

الف) برای محاسبه ی مقدار پارچه ی مصرفی باید مساحت کل چادر (منشور سه پهلوی) را محاسبه کنیم.

$$s_{\text{قاعده}} = \frac{2 \times 1/7}{2} = 1/7 \text{ m}^2$$

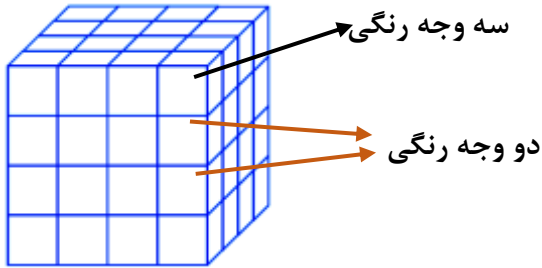
$$s_{\text{جانبی}} = p \times h = (3 \times 2) \times 4 = 24 \text{ m}^2$$

$$s_{\text{کل}} = s_{\text{جانبی}} + 2 \times s_{\text{قاعده}} = 24 + (2 \times 1/7) = 27/4 \text{ m}^2$$

ب) برای محاسبه ی حجم چادر (منشور) از دستور $v = s \times h$ استفاده می کنیم:

$$v = s \times h = 1/7 \times 4 = 4/7 \text{ m}^3$$

تمرین ۴) با مکعب هایی به ضلع ۱ واحد حجم زیر را ساخته ایم.



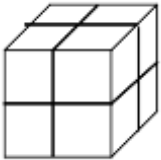
الف) اگر تمام سطح آن را رنگ کنیم چند مکعب رنگ نمی شوند؟

ب) چند مکعب رنگ می شوند؟

ج) چند مکعب دو وجهشان رنگ می شود؟

د) چند مکعب سه وجهشان رنگ می شود؟

پاسخ: ابتدا دقت کنیم تعداد کل مکعب های تشکیل دهنده ی این شکل $4 \times 4 \times 4 = 64$ است.



الف) مکعب هایی که در لایه های داخلی قرار می گیرند رنگ نمی شوند. پس از هر طرف ۱ واحد

کم می کنیم (یعنی از هر ضلع ۲ تا). شکل زیر تعداد مکعب های داخلی است.

بنابراین تعداد مکعب های رنگ نشده برابر است با: $2 \times 2 \times 2 = 8$

ب) ۸ مکعب رنگ نشده اند پس این تعداد را از کل ۶۴ مکعب کم می کنیم.

بنابراین تعداد رنگ شده ها برابر است با: $64 - 8 = 56$

ج) دقت کنیم طبق علامتهای روی شکل روی هر یال دو مکعب وسط دو طرفشان رنگ می شود و مکعب ۱۲ یال

دارد پس تعداد مکعب هایی که دو وجه رنگی دارند برابر است با: $12 \times 2 = 24$

د) مکعب هایی که در راس قرار دارند سه وجهشان رنگ میخورد و این شکل ۸ راس دارد پس ۸ مکعب سه

وجهشان رنگ شده است.

تمرین ۵) یک غلتک روی زمین آسفالت شده باید چهار بار غلت بزند تا سطح آن صاف بشود. اگر شعاع غلتک

۵۰ سانتیمتر و ارتفاع استوانه ی آن ۱ متر باشد، برای آسفالت کردن سطح یک کوچه به طول ۲۰ و عرض ۴ متر

این غلتک باید به طور تقریبی چند بار بچرخد؟



پاسخ: مساله را به چند زیرمساله تفکیک و برای راحتی $(\pi \approx 3)$ در نظر میگیریم.

الف) مساحت جانبی غلتک

ب) مساحت کوچه و محاسبه ی چهار برابر این مساحت

ج) تعداد دورهای غلتک

حل الف: مساحت جانبی غلتکی به شعاع ۵۰ سانتی متر (۵۰/۵ متر) و ارتفاع ۱ متر:

$$s_{\text{جانبی}} = p \times h = (2 \times 0.5 \times 3) \times 1 = 3 \text{ متر مربع}$$

حل ب) چهار برابر مساحت یک مستطیل به ابعاد ۲۰ و ۴ متر: $s = 4 \times (20 \times 4) = 320$ متر مربع

حل ج) محاسبه تعداد دورهای غلتک: $\text{تعداد دور} = \frac{\text{مساحت مسطح}}{\text{مساحت جانبی غلتک}} = \frac{320}{3} \approx 107$



درس چهارم: حجم و سطح

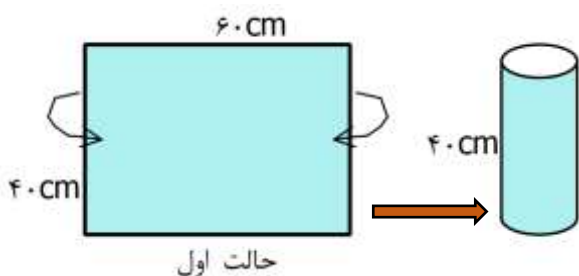
مثال (۱)

یک مستطیل به طول ۶۰ و عرض ۴۰ سانتیمتر را به دو صورت (مانند شکل زیر) لوله می کنیم تا به شکل استوانه شود. مساحت جانبی در هر دو حالت برابر است با مساحت مستطیل یعنی :

$$S_{\text{جانبی}} = 60 \times 40 = 2400 \text{ cm}^2$$

برای راحتی محاسبات عدد π را ۳ در نظر می گیریم.

حالت اول



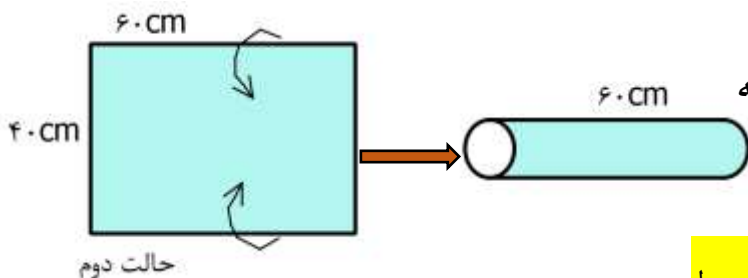
با ضلع ۶۰ سانتیمتری دایره ی قاعده ی استوانه ساخته می شود پس محیط قاعده ۶۰ است. با استفاده از دستور محاسبه ی محیط دایره داریم:

$$\text{محیط} = \pi \times \text{قطر} \Rightarrow 60 = 3 \times \text{قطر} \Rightarrow \text{قطر} = \frac{60}{3} = 20 \text{ cm}$$

اگر قطر دایره ۲۰ سانتیمتر باشد، شعاع دایره ۱۰ است و می توان حجم استوانه ی ساخته شده را محاسبه کرد.

$$v = s \times h = (10 \times 10 \times 3) \times 40 = 12000 \text{ cm}^3$$

حالت دوم



با ضلع ۴۰ سانتیمتری دایره ی قاعده ی استوانه ساخته می شود پس محیط قاعده ۴۰ است. با استفاده از دستور محاسبه ی محیط دایره داریم:

$$\text{محیط} = \pi \times \text{قطر} \Rightarrow 40 = 3 \times \text{قطر} \Rightarrow \text{قطر} = \frac{40}{3} \text{ cm}$$

اگر قطر دایره $\frac{40}{3}$ سانتیمتر باشد، شعاع دایره $\frac{20}{3}$ است و می توان حجم استوانه ی ساخته شده را محاسبه کرد.

$$v = s \times h = \left(\frac{20}{3} \times \frac{20}{3} \times 3 \right) \times 60 = 8000 \text{ cm}^3$$

۲۰

با توجه به محاسبات انجام شده دو استوانه سطح جانبی یکسان ولی حجم های متفاوتی دارند و با مقایسه ی حجم در دو حالت می توان نتیجه گرفت:

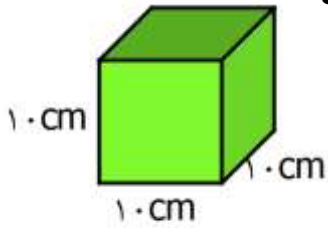
در حالتی که ضلع بزرگتر مستطیل را برای ساختن قاعده ی استوانه انتخاب کنیم ، حجم شکل حاصل بیشتر از حالت دوم است.



یک کارخانه تولید چای برای بسته بندی محصولاتش از دو نوع بسته بندی طبق شکل های

زیر استفاده می کند. حجم و میزان ورق روی اندودی که برای این بسته بندی استفاده می کند را با هم مقایسه کنید.

بسته بندی اول:



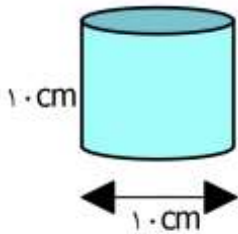
بسته بندی اول

حجم این نوع بسته بندی برابر است با : $v = 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ cm}^3$

مقدار ورق روی اندود به کار رفته برای این نوع بسته بندی برابر است با مساحت کل این مکعب

یعنی : (مساحت کل مکعب ۶ برابر مساحت یک وجه آن است.) $s_{\text{کل}} = 6 \times (10 \times 10) = 600 \text{ cm}^2$

بسته بندی دوم :



بسته بندی دوم

قطر قاعده ۱۰ سانتیمتر است بنابراین شعاع قاعده ی استوانه ۵ سانتیمتر است پس:

حجم در این حالت برابر است با : $v = s \times h = (5 \times 5 \times 3) \times 10 = 750 \text{ cm}^3$

مقدار ورق روی اندود به کار رفته برای این نوع بسته بندی برابر است با مساحت کل این استوانه

یعنی مجموع مساحت جانبی و دو برابر مساحت قاعده ی استوانه . بنابراین:

$$s_{\text{قاعده}} = 5 \times 5 \times 2 = 50 \text{ cm}^2$$

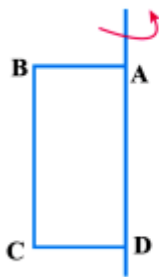
$$s_{\text{جانبی}} = p \times h = (2 \times 5 \times 3) \times 10 = 300 \text{ cm}^2$$

$$s_{\text{کل}} = s_{\text{جانبی}} + 2 \times s_{\text{قاعده}} = 300 + (2 \times 50) = 400 \text{ cm}^2$$

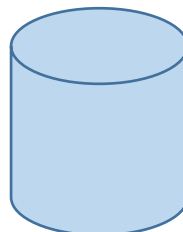
با مقایسه ی مقادیر به دست آمده می توان نتیجه گرفت:

الف) حجم بسته بندی اول از بسته بندی دوم بیشتر است بنابراین اگر برای شرکت حجم بسته بندی اهمیت داشته باشد تولید بسته بندی نوع اول مناسبتر است.

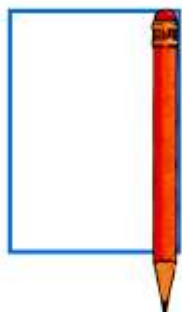
ب) ورق روی اندود به کار رفته در بسته بندی نوع دوم کمتر از میزان مصرفی نوع اول است و اگر برای شرکت هزینه ی ورق به کار رفته اهمیت داشته باشد بسته بندی نوع دوم مناسبتر است.



با حرکت دادن یک سطح در فضا ، حجم ساخته می شود. به طور مثال مطابق با شکل رو به رو اگر مستطیل را حول (دور) ضلع AD دوران دهیم در فضا یک استوانه با مشخصات زیر ایجاد می گردد:



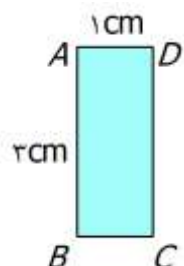
ارتفاع استوانه : AD
شعاع قاعده : CD



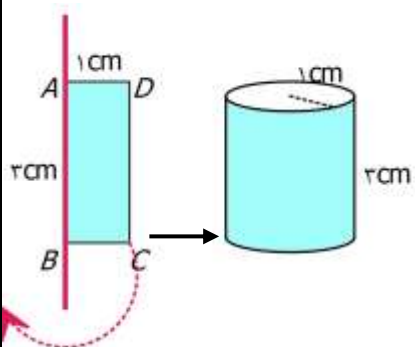
شما هم مطابق با شکل رو به رو یک مداد را کنار یک مستطیل مقوایی بچسبانید و با چرخاندن مستطیل، استوانه ای که در فضا ساخته می شود را ببینید.



با انتخاب سطح های مختلف به جای مستطیل (مانند مثلث قائم الزاویه ، نیم دایره و ...) می توان حجم های مختلف دیگر ایجاد کرد. از این خاصیت در خراطی ، سفالگری و تراشکاری برای ساختن حجم های مختلف استفاده می کنند.



تمرین ۱) مستطیل ABCD را حول ضلع AB دوران می دهیم.
الف) شکل حاصل از دوران را رسم و مشخصات آن را بنویسید.
ب) حجم آن را محاسبه کنید. ($\pi \approx 3/14$)



پاسخ:

الف) شکل حاصل استوانه ای به شعاع ۱ سانتی متر و ارتفاع ۳ سانتی متر است.

$$v = s \times h = (1 \times 1 \times 3/14) \times 3 = 9/42 \text{ cm}^3$$

ب) با استفاده از دستور حجم منشور داریم:

نکته: هنگام دوران دادن مستطیل یا هر سطح دیگر ضلعی که محور دوران شکل است ارتفاع آن حجم هندسی است.

تمرین ۲

مستطیلی به طول ۵ و عرض ۳ سانتیمتر را حول عرض آن دوران می دهیم.

الف) مشخصات حجم حاصل از دوران را بنویسید.

ب) حجم آن را محاسبه کنید. ($\pi \simeq 3$)

پاسخ)

الف) طبق شکل داده شده حجم حاصل از دوران

استوانه ای به شعاع قاعده ی ۵ و ارتفاع ۳ سانتی متر است.

ب) از دستور حجم منشور استفاده می کنیم:

$$v = s \times h = (5 \times 5 \times 3) \times 3 = 225 \text{ cm}^3$$

تمرین ۳

در شکل شماره ۱ خط چین محور تقارن مستطیل است. مستطیل را حول خط چین ۱۸۰ درجه دوران می دهیم.

الف) مشخصات حجم حاصل از دوران را بنویسید.

ب) حجم و مساحت جانبی آن را محاسبه کنید.

پاسخ)

الف) طبق شکل شماره ۲ حجم حاصل

عبارت است از : استوانه ای به شعاع قاعده ی ۳ و ارتفاع ۸

ب)

حجم استوانه برابر است با :

$$v = s \times h = (3 \times 3 \times 3) \times 8 = 216 \text{ cm}^3$$

مساحت جانبی استوانه برابر است با :

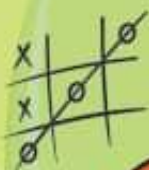
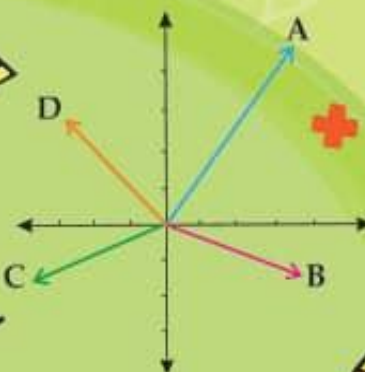
$$s_{\text{جانبی}} = p \times h = (6 \times 3) \times 8 = 144 \text{ cm}^2$$

فرزندم ، با مرور مطالب بالا ، برای تمرین بیشتر سوالات صفحه ی ۸۱ از کتاب درسی را حل کن.

همراه با درسنامه



$$x^2 = x \cdot x$$



ریاضی هفتم

● نکات و توضیحات کتاب ریاضی

● پایه هفتم

● دوره اول متوسطه

● گروه آموزشی ریاضی متوسطه اول استان خوزستان

فصل ۷: توان و جذر

مدرسه تعطیل است ولی آموزش تعطیل نیست.

بسمه تعالی

درس نامه و نکات کلیدی و حل تمرین های فصل هفتم پایه هفتم

سمیه انصاری - عبدالهادی آرامی - عبدالله بهزادی

درس اول: تعریف توان

توان: عبارتی مانند: $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ را در ریاضیات برای ساده تر شدن به صورت 2^5 می نویسیم و آن را

چنین می خوانیم: **۲ به توان ۵**

در عبارت 2^5 ، ۲ را **پایه** و ۵ را **توان** می نامیم. درست شبیه همان کاری که در ساده کردن و خلاصه

کردن جمع انجام می دادیم . $(2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 5 \times 2)$

مثال: کدامیک از عبارتهای زیر a^n را درست توصیف می کند؟

الف) a را n بار در خودش ضرب کنیم. ب) n را a بار در خودش ضرب کنیم.

پاسخ: با توجه به توضیحات بالا گزینه الف درست می باشد.

* به توان ، نما یا قوه هم گفته می شود .

قوانین توان

* هر عدد به توان یک برابر خودش می شود :

$$\text{مثلاً} \quad a^1 = a$$

* عدد یک به توان هر عددی برابر یک می شود :

$$\text{مثلاً} \quad 1^{32} = 1$$

* هر عدد (به جز صفر) به توان صفر برابر ۱ می شود :

$$\text{مثلاً} \quad 15^0 = 1$$



* عدد صفر به توان هر عددی (به جز صفر) برابر صفر می شود :

$$\text{مثلاً} \quad 0 = 0^{15}$$

* صفر به توان صفر معنا ندارد و تعریف نشده است : تعریف نشده $0^0 =$

نقش پرانتز در اعداد توان دار

- اگر عددی منفی داخل پرانتز به توان زوج رسید ، حاصل عددی مثبت می شود :

مثال:

$$(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$$

- اگر توان عددی منفی داخل پرانتز بود ، پرانتز در توان رساندن عدد نقشی ندارد :

مثال:

$$-(5^2) = -(5 \times 5) = -25$$

- اگر عددی منفی بدون پرانتز به توان برسد ، حاصل عددی منفی می شود :

مثال:

$$-7^2 = -(7 \times 7) = -49$$

- اگر یک کسر داخل پرانتز به توان برسد ، توان شامل صورت و مخرج می شود:

مثال:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

- اگر کسری بدون پرانتز به توان برسد یا توان در صورت یا مخرج کسر باشد، پرانتز هیچ نقشی در توان

ندارد:

$$\left(\frac{3^2}{5}\right) = \frac{3 \times 3}{5} = \frac{9}{5} \qquad \frac{5}{2^2} = \frac{5}{2 \times 2} = \frac{5}{4}$$

مثال:

- اگر یک عبارت جبری داخل پرانتز به توان برسد ، تک تک جمله های عبارت به توان می رسند:

مثال:

$$5(ab)^2 = 5^2 a^2 b^2 = 25a^2 b^2$$

- اگر جمله‌ای از یک عبارت جبری توان نداشته توانش ۱ است :

مثال:

$$va^2b y^4 = va^2b^1 y^4$$

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس اول را حل کنید.



درس دوم: محاسبه عبارت توان دار

با توجه به درس توان، ترتیب انجام دادن عملیات مختلف ریاضی به صورت :

(۱) پرانتز (۲) توان (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق، انجام می شود

مثال:

$$\frac{4^3 \times 4 + 9 - 6}{5^2 + 2^3} = \frac{64 \times 4 + 9 - 6}{25 + 8} = \frac{256 + 9 - 6}{33} = \frac{259}{33}$$

گسترده توانی یک عدد

در نوشتن گسترده توانی هر عدد، ارزش مکانی رقم‌ها را به صورت توانی از ۱۰ می نویسیم.

مثال:

$$7304 = 7000 + 300 + 4 = 7 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس دوم را حل کنید.



درس سوم: ساده کردن عبارت های توان دار

(۱) در ضرب عددهای توان دار با پایه های مساوی ، یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را جمع می کنیم:

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad \text{مثال:}$$

$$(-5)^3 \times (-5)^4 = (-5)^{3+4} = (-5)^7$$

(۲) در ضرب عددهای توان دار با توان های مساوی ، پایه ها را در هم ضرب و یکی از توانها را می نویسیم:

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n \quad \text{مثال:}$$

$$7^5 \times (-2)^5 = (7 \times -2)^5 = (-14)^5$$

(۳) اگر پایه ها مثل هم نبود . مثلاً یکی عدد و دیگری کسر بود. سعی می کنیم آنها را به یک شکل تبدیل کنیم:

مثال:

$$\frac{3}{4}^7 \times (0.75)^2 = \frac{3}{4}^7 \times \frac{3}{4}^2 = \frac{3}{4}^9$$

(۴) یک عدد توان دار را در صورت نیاز می توان به صورت ضرب دو یا چند عدد توان دار تبدیل کرد.

مثال:

$$5^9 = 5^6 \times 5^2 \times 5^1 \quad 20^7 = 4^7 \times 5^7$$

این خواص کمک به حل بسیاری از سوالات اعداد توان دار می نماید.

مثال:

الف) اگر $1024 = 2^{10}$ باشد ، حاصل 2^{12} را به دست آورید.

$$2^{12} = 2^{10} \times 2^2 = 1024 \times 4 = 4096$$

ب) گسترده ی عدد توان دار زیر را بنویسید :

$$۱۵^۹ = (۳ \times ۵)^۹ = ۳^۹ \times ۵^۹$$

ج) ساده کردن عبارت های توان دار :

$$\underbrace{۲^۳ \times ۲^۴}_{\text{ضرب پایه های مساوی}} \times ۵^۷ = \underbrace{۲^۷ \times ۵^۷}_{\text{ضرب توان های مساوی}} = ۱۰^۷$$

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس سوم را حل کنید.



درس چهارم: جذر یا ریشه دوم

هر گاه عددی در خودش ضرب شود ، حاصل را مجذور یا مربع آن عدد می گوئیم.

* هر عدد صحیح مثبت دارای دو ریشه دوم، یکی مثبت و دیگری منفی است . مانند عدد ۲۵ که دو ریشه

دوم $+۵$ و -۵ دارد

* به ریشه ی دوم مثبت هر عدد حقیقی جذر آن عدد گفته می شود.

* علامت جذر $\sqrt{\quad}$ است .

* جذر هر عدد مانند ۹، ریشه دوم مثبت آن نیز گفته می شود .

* اعداد منفی جذر ندارند. زیرا حاصل ضرب هیچ عددی در خودش ، منفی نمی شود .

* عدد صفر تنها یک ریشه دارد که آن خود عدد صفر است .

جذر دقیق:

* اعداد طبیعی که جذر دقیق طبیعی دارند ، یعنی جذر آنها یک عدد طبیعی می شود را مربع کامل طبیعی گویند.

مانند ۱ ، ۴ ، ۹ ، ۱۶ ، ۲۵ و... برای رسیدن به جذر کامل از خود سؤال کنید چه عددی در خودش ضرب

شده که عدد زیر رادیکال را تشکیل داده است ؟

$$\overline{۸۱} = ۹$$

مثال:

• برخی اعداد گویا نیز جذر دقیق دارند. می توان آنها را مربع کامل گویا نامید.

$$\overline{۰/۸۱} = \sqrt{\frac{۸۱}{۱۰۰}} = \frac{۹}{۱۰} = ۰/۹$$

مثال:

جذر تقریبی

* در جذر گرفتن از برخی اعداد حاصل آنها را نمی توان به صورت دقیق مشخص کرد. مانند $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, ... بنابراین باید جذر این دسته اعداد را به صورت تقریبی محاسبه کرد. برای رسیدن به جذر تقریبی یک عدد ابتدا باید معلوم کنید که عدد زیر رادیکال شما بین کدام دو عدد صحیح قرار گرفته است مانند $\sqrt{18}$ که بین دو رادیکال $\sqrt{16}$ و $\sqrt{25}$ قرار گرفته یعنی:

$$\overline{16} < \overline{18} < \overline{25}$$

پس $\sqrt{18}$ بین دو عدد ۴ و ۵ قرار گرفته است .

بسیار مهم :

ضمناً می توانید اگر به عدد کوچکتر نزدیک بود : $0/1$ ، $0/1$ به عدد کوچکتر اضافه کنید تا به حدود جذر مورد نظر برسید و اگر به عدد بزرگتر نزدیک بود : $0/1$ ، $0/1$ از عدد بزرگتر کم کنید تا به حدود جذر مورد نظر برسید .

عدد	۴/۱	۴/۲	۴/۳	۴/۴
مجدور	۱۶/۸۲	۱۷/۶۴	۱۸/۴۹	۱۹/۳۶

پس داریم : $\overline{18} \approx 4/2$

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس چهارم را حل کنید.



(۱) در جای خالی عدد یا کلمه مناسب بنویسید.



(الف) عدد $\sqrt{10}$ بین دو عدد صحیح متوالی ۳ و ۴ قرار دارد.

(ب) ریشه های دوم هر عدد مثبت **قرینه** یکدیگرند.

(پ) حاصل عبارت $\sqrt{25} - 16$ برابر با ۳ است.

(ت) حاصل عبارت -4^2 برابر با عدد ۱۶- است.

(۲) درستی یا نادرستی هریک از رابطه های زیر را مشخص کنید.

$7 - 5)^2 = 7^2 - 5^2$ غ

$\frac{64}{16} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{16}}$ ص

$5 + 3)^{\circ} = 3^{\circ} + 5^{\circ}$ غ

$5 \times 2)^3 = 5^3 \times 2^3$ ص

(۴) مقدار تقریبی جذرهای زیر را بدست آورید.

$\sqrt{23} \approx 4/8$

عدد	۴/۹	۴/۸	۴/۷
مجذور	۲۴/۰۱	۲۳/۰۴	۲۲/۰۹

$\sqrt{61} = 7/8$

عدد	۷/۹	۷/۸
مجذور	۶۲/۴۱	۶۰/۸۴

$$\overline{43} = 6/6$$

عدد	۶/۱	۶/۲	۶/۳	۶/۴	۶/۵	۶/۶
مجذور	۳۷/۲۱	۳۸/۴۴	۳۹/۶۹	۴۰/۹۶	۴۲/۲۵	۴۳/۵۶

$$\overline{55} = 7/4$$

عدد	۷/۱	۷/۲	۷/۳	۷/۴	۷/۵
مجذور	۵۰/۴۱	۵۱/۸۴	۵۳/۲۹	۵۴/۷۶	۵۶/۲۵

۵) حاصل عبارتهای زیر را به صورت یک عدد تواندار بنویسید.

$$\frac{12}{5}^4 \times 2/4^3 \times \left(2\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{12}{5}\right)^9 \qquad 7^5 \times 28^2 \times 4^5 = 28^5 \times 28^2 = 28^7$$

۶) ابتدا اعداد زیر را به صورت گسترده بنویسید سپس آنها را به صورت تواندار بنویسید.

$$5006 = 5000 + 6 = 5 \times 10^4 + 0 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 6 \times 10^0$$

$$120584 = 100000 + 20000 + 500 + 80 + 4$$

$$= 1 \times 10^5 + 2 \times 10^4 + 0 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 8 \times 10 + 4 \times 10^0$$

۷) اعداد زیر را به صورت ضرب اعداد تواندار بنویسید.

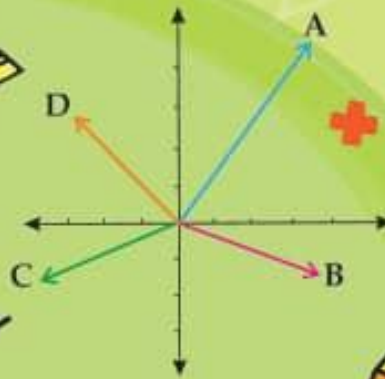
$$2700 = 2^2 \times 3^3 \times 5^2$$

$$576 = 2^6 \times 3^2$$

همراه با درسنامه



$$x^2 = x \cdot x$$



ریاضی هفتم

● نکات و توضیحات کتاب ریاضی

● پایه هفتم

● دوره اول متوسطه

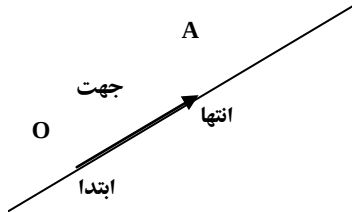
● گروه آموزشی ریاضی متوسطه اول استان خوزستان

فصل ۸: بردار و مختصات

مدرسه تعطیل است ولی آموزش تعطیل نیست.

درس اول: پاره خط جهت دار

شناخت بردار:



راستا یا
امتداد

حرکت و نیرو را با پاره خط های جهت دار نشان می دهیم.

در ریاضی به پاره خط جهت دار بردار می گوئیم. بردار OA را به صورت $\overrightarrow{OA}$ می نویسیم.

نام گذاری بردار:

این کار به دو صورت انجام می شود:

الف- نخست نقطه ای ابتدا، سپس نقطه ای انتها را نوشته و نماد $\rightarrow$ را روی آن قرار دهید. مانند

$\overrightarrow{AB}$

A $\longrightarrow$ B

$\xrightarrow{\vec{a}}$

ب- با یک حرف کوچک لاتین که در وسط بردار قرار می گیرد. مانند: $\vec{a}$

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس اول را حل کنید.



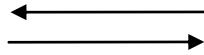
درس دوم: بردار های مساوی و قرینه

بردارهای مساوی: دو بردار وقتی برابرند که هم راستا، هم اندازه و هم جهت باشند. مانند بردار های روبرو



بردارهای قرینه: دو بردار وقتی قرینه‌ی یکدیگرند که هم راستا، هم اندازه و در خلاف جهت یکدیگر

باشند.

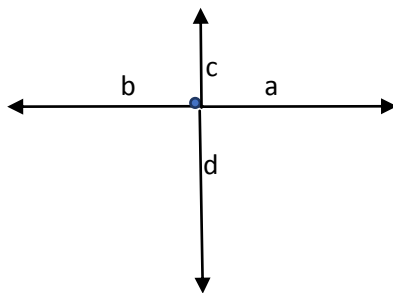


مانند:

و یا



مثال: با توجه به اندازه نیروهای وارد شده به شکل مقابل ، جسم به کدام طرف حرکت می کند



چون بردار های a, b با هم قرینه هستند برآیند آنها صفر می شود

ولی برآیند بردارهای c و d ، چون اندازه بردار d بزرگتر است

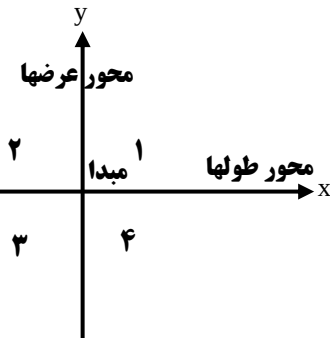
بردار d در جهت بردار d است.

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس اول را حل کنید.



مختصات:

از دو محور عمود برهم تشکیل می‌شود. محور افقی را محور طول‌ها (X ها) و محور عمودی را محور عرض‌ها (Y ها) می‌نامند.



محل برخورد دو محور را «مبدأ مختصات» می‌نامند و با حرف O نمایش می‌دهند.

محورهای مختصات صفحه را به چهار ناحیه تقسیم می‌کنند.

در شکل مقابل ناحیه‌های چهارگانه با عددهای ۱ تا ۴ مشخص شده‌اند.

مختصات نقطه:

برای مشخص کردن مکان هر نقطه در دستگاه مختصات از دو عدد استفاده می‌کنیم. که فاصله افقی نقطه از مبدأ را طول و فاصله عمودی نقطه از مبدأ را عرض می‌نامیم.

به طول و عرض هر نقطه که به صورت $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ نمایش داده می‌شود. مختصات آن نقطه گفته می‌شود. این مختصات می‌تواند +، - یا صفر باشد.

مختصات نقاط در ۴ قسمت:

نکته: اگر نقطه‌ای در ناحیه ۱ (ربع اول) قرار گرفته باشد. دارای طول و عرض مثبت می‌باشد.

$$\text{ناحیه ۱} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \begin{matrix} + \\ + \end{matrix}$$

نکته: اگر نقطه‌ای در ناحیه ۲ (ربع دوم) قرار گرفته باشد. دارای طول منفی و عرض مثبت می‌باشد.

$$\text{ناحیه ۲} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \begin{matrix} - \\ + \end{matrix}$$

نکته: اگر نقطه‌ای در ناحیه ۳ (ربع سوم) قرار گرفته باشد. دارای طول و عرض منفی می‌باشد.

$$\text{ناحیه ۳} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \begin{matrix} - \\ - \end{matrix}$$

نکته: اگر نقطه‌ای در ناحیه ۴ (ربع چهارم) قرار گرفته باشد دارای طول مثبت و عرض منفی می‌باشد.

$$\text{ناحیه ۴} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \begin{matrix} + \\ - \end{matrix}$$

نکته: اگر نقطه‌ای روی محور طول‌ها (xها) قرار گرفته باشد. طول آن نقطه عدد و عرض آن صفر می‌-

شود.

$$\text{عدد } x \rightarrow \text{نقطه روی محور } x\text{ها}$$

نکته: تمام بردارهایی که موازی محور xها باشند نیز دارای عرض صفر هستند.

نکته: اگر نقطه‌ای روی محور عرض‌ها (yها) قرار گرفته باشد. طول آن صفر و عرض آن عدد می‌شود.

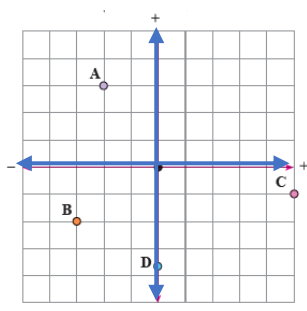
$$\text{عدد } y \rightarrow \text{نقطه روی محور } y\text{ها}$$

نکته: تمام بردارهایی که موازی محور yها باشند نیز دارای طول صفر می‌باشند.

مختصات مبدأ مختصات:

محل برخورد محورهای مختصات را با حرف O نمایش می‌دهند و مختصات آن برابر است با:

$$O = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



مثال مختصات نقاط $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$

$D = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$ را در دستگاه مختصات نمایش دهید.

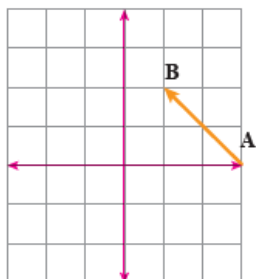
جمع متناظر بردار:

در نوشتن جمع متناظر با یک بردار به مختصات ابتدا، اندازه و انتهای آن نیاز دارید تا با استفاده از دستور

زیر بتوانید جمع متناظر بردار را بنویسید.

$$\text{انتهای بردار} = \text{اندازه بردار} + \text{ابتدای بردار}$$

مثال جمع متناظر با بردار زیر را بنویسید.

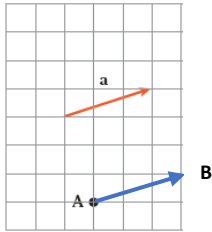


برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس اول را حل کنید.



درس چهارم: بردار انتقال

بردار انتقال: به برداری گفته می شود که یک نقطه یا یک شکل را به اندازه y مختصاتش (از ابتدا به انتها) منتقل نماید.



(مثال) نقطه A را به کمک بردار $\vec{a}$ انتقال دهید و آنرا B بنامید.

قرینه‌ی بردار: برای بدست آوردن قرینه بردار (یا نقطه) نسبت به هر یک از محورها و مبدأ به صورت زیر عمل می کنیم.

قرینه‌ی نسبت به محور طول‌ها:

$$\begin{array}{l} x \\ -y \end{array} \quad \text{نسبت به محور طول ها} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

طول آن تغییر نمی کند و عرض آن قرینه می شود.

قرینه‌ی نسبت به محور عرض‌ها:

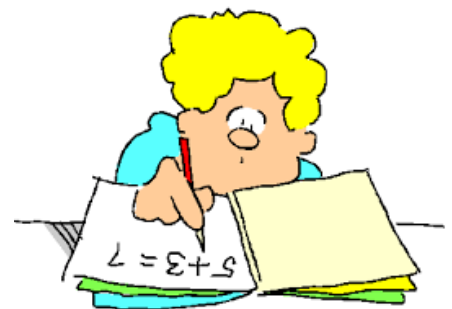
$$\begin{array}{l} -x \\ y \end{array} \quad \text{نسبت به محور عرض ها} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

عرض آن تغییر نمی کند و طول آن قرینه می شود.

قرینه‌ی نسبت به مبدأ مختصات:

$$\begin{array}{l} -x \\ -y \end{array} \quad \text{نسبت به مبدأ مختصات} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

طول و عرض آن هر دو قرینه می شود.



مثال: مختصات قرینه نقطه $\begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$ را نسبت به مبدا مختصات و محورهای مختصات بیابید.

$$\begin{array}{ccc} \begin{matrix} 5 \\ -1 \end{matrix} & \xrightarrow{\text{نسبت به محور عرض ها}} & \begin{bmatrix} -5 \\ -1 \end{bmatrix} \\ \text{و} & & \text{و} \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \begin{matrix} 5 \\ -1 \end{matrix} & \xrightarrow{\text{نسبت به مبدأ مختصات}} & \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \text{نسبت به محور طول ها} & & \end{array}$$

یافتن مقدار مجهول در تساوی‌های برداری:

اگر مقدار مجهول (نا معلوم) در انتهای تساوی برداری بود، مقدارهای ابتدا و اندازه را با هم جمع کنید.

مثال:

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$x = 2 + (-3) = -1$$

$$y = -4 + 1 = -3$$

اگر مقدار مجهول (نامعلوم) در ابتدا یا اندازه‌ی تساوی برداری قرار گرفته بود، مقدار انتها را منهای قسمت

دیگر کنید.

مثال:

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -x \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$-x = (-2) - 2 \Rightarrow -x = 4 \Rightarrow x = 4$$

$$-y = 3 - (-2) \Rightarrow -y = 5 \Rightarrow y = -5$$

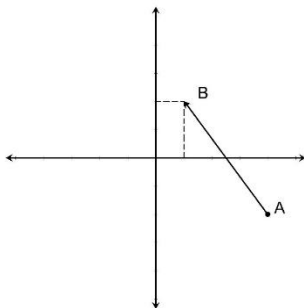
برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین‌های درس اول را حل کنید.



(۱) نقطه $A = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ را در دستگاه مشخص کنید.

این نقطه را با بردار $\vec{AB} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ به نقطه ی B انتقال دهید.

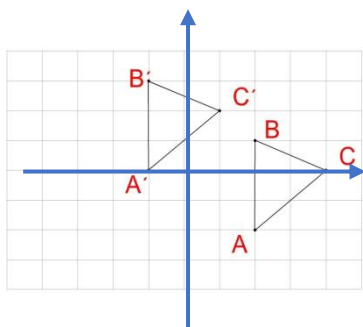
مختصات نقطه ی B را بنویسید و متناظر با بردار AB یک جمع بنویسید $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$



(۲) در دستگاه مختصات مقابل :

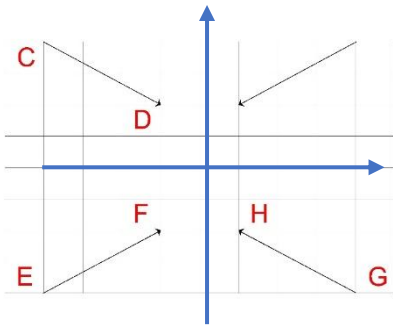
مثلث ABC با مختصات زیر را رسم کنید. $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$

سپس این نقاط را با بردار انتقال $\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ انتقال دهید



۳) در شکل مقابل قرینه بردار AB را نسبت به مبدا مختصات و

محور طول ها و عرض ها رسم کنید.



۴) الف) هریک از نقاط داده شده در کدام ناحیه مختصاتی قرار دارد.

$$\begin{array}{llll} \begin{array}{l} -4 \\ 5 \end{array} & \text{ناحیه ۳} & \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} & \text{ناحیه ۱} \\ \begin{array}{l} -5 \\ 6 \end{array} & \text{ناحیه ۲} & \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} & \text{ناحیه ۴} \end{array}$$

ب) در جای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$\begin{bmatrix} -5 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -7 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -7 \\ -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -6 \\ -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} \quad - \begin{bmatrix} -8 \\ -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}$$

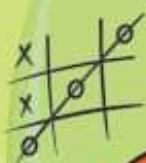
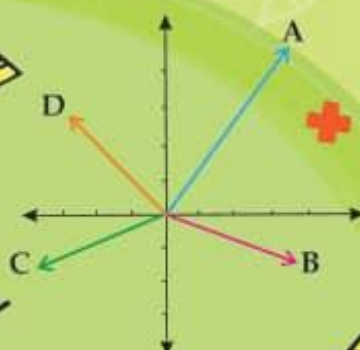
۵) مقدار a و b را طوری تعیین کنید که دوبردار زیر با هم مساوی باشند

$$\begin{array}{ll} 3a - 5 = 7 & 2b + 3 = 9 \\ 3a = 7 + 5 = 12 & 2b = 9 - 3 = 6 \\ a = \frac{12}{3} = 4 & b = \frac{6}{2} = 3 \end{array}$$

همراه با درسنامه



$$x^2 = x \cdot x$$



ریاضی هفتم

● نکات و توضیحات کتاب ریاضی

● پایه هفتم

● دوره اول متوسطه

● گروه آموزشی ریاضی متوسطه اول استان خوزستان

فصل ۹: آمار و احتمال

مدرسه تعطیل است ولی آموزش تعطیل نیست.

بسمه تعالی

درس نامه و نکات کلیدی و حل تمرین های فصل نهم پایه هفتم

سمیه انصاری - عبدالهادی آرامی - عبدالله بهزادی

درس اول: جمع آوری و نمایش داده ها

علم آمار: علم آمار، علم جمع آوری اطلاعات، سازماندهی، بررسی آنهاست.

اطلاعات عددی جمع آوری شده را داده های آماری می گویند.

برای مقایسه و بررسی بهتر داده های آماری از انواع نمودارها استفاده می کنند. هر نمودار با توجه به موضوعی

که داده های آن جمع آوری شده است و نوع اطلاعات به دست آمده، کارایی دارد.

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس اول را حل کنید.



درس دوم: نمودارها و تفسیر نتیجه ها

نمودار میله‌ای: نمودار میله‌ای برای مقایسه‌ی تعداد، پیدا کردن بیشترین و کمترین داده به کار می‌رود.

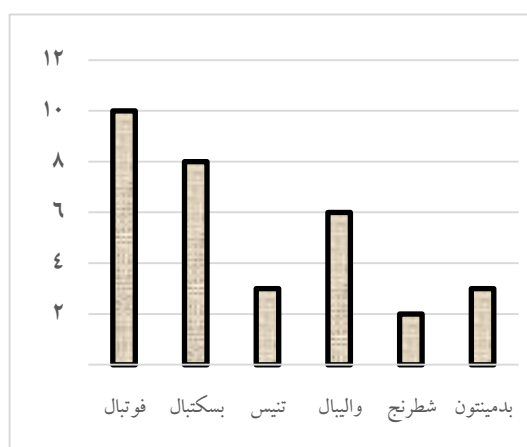
در حال حاضر نرم‌افزارهای زیادی برای رسم انواع نمودارها وجود دارند.

آنچه اهمیت دارد رسم نمودار نیست، بلکه انتخاب نمودار مناسب برای موضوع موردنظر است.

مثال) در یک کلاس ۳۲ نفره، تعداد دانش‌آموزانی که به

رشته‌های مختلف ورزشی علاقه دارند، در زیر آمده است .

نمودار مناسبی برای آنها رسم کنید.



فوتبال ۱۰، بسکتبال ۸، تنیس روی میز ۳، والیبال ۶،

شطرنج ۲، بدمینتون ۳

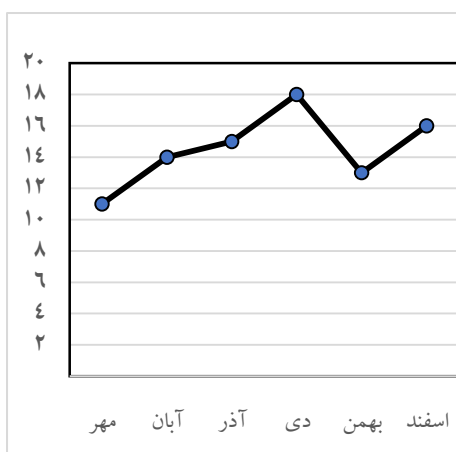
نمودار خط شکسته:

نمودار خط شکسته برای نمایش تغییرها در مدت مشخص کاربرد دارد؛ بنابراین در موضوع هایی که تغییرها

اهمیت دارد، از این نمودار استفاده می‌شود.

برای نمونه تغییرها در نمرات، بازارهای مالی، قیمت طلا، نفت، سهام و

... را با این نمودار نمایش می‌دهند.



مثال) نمودار خط شکسته مقابل میانگین نمرات درس ریاضی دانش -

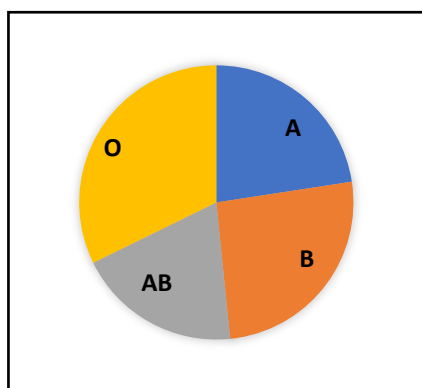
آموزان یک کلاس را در شش ماهه اول سال تحصیلی نشان می‌دهد.

نمودار دایره‌ای:

بعضی از داده‌ها و اطلاعات جمع‌آوری شده نشان می‌دهد که یک مقدار مشخص به چه نسبتی به بخش‌های کوچک‌تر تقسیم شده است.

در این موارد می‌توان تقسیم‌شدن را روی یک شکل مثل دایره نشان داد و سهم هر بخش را روی دایره مشخص کرد.

در نمودار دایره‌ای به‌طور معمول نسبت و سهم هر بخش را به صورت درصد محاسبه کرده؛ و سپس روی نمودار نمایش می‌دهند.



مثال) نمودار مقابل نسبت گروه‌های مختلف خونی دانش‌آموزان

یک مدرسه را نشان می‌دهد.

نمودار تصویری:

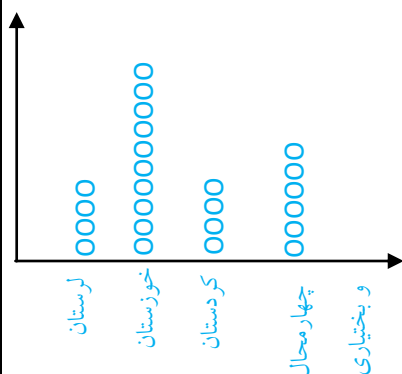
گاهی وقت‌ها به جای داده‌های واقعی از مقدار تقریبی آنها استفاده می‌کنیم. در برنامه‌ریزی‌های کلان به عددهای واقعی و دقیق نیاز نداریم. برای مثال مقدار تولید گندم یک استان را به صورت چند هزارتن بیان می‌کنند؛ یعنی مقدار کمتر از ۱۰۰۰ تن یا یک میلیون گرم در این بررسی اهمیت ندارد.

ابتدا مقدار تقریبی هر عدد را با تقریب کمتر از مقدار موردنظر گرد کنید.

سپس با رسم شکل برای تعدادی مشخص، نمودار تصویری آن را رسم کنید.

مثال) در نمودار مقابل برداشت گندم در چهار استان به صورت تقریبی

نشان داده شده است (هر O نشان دهنده هزار تن است).



دسته‌بندی داده‌ها:

اگر داده‌های جمع‌آوری شده زیاد و پراکنده باشند، بررسی آنها طولانی می‌شود. برای اینکه بتوانیم آسان‌تر و بهتر نتیجه بگیریم، داده‌ها را متناسب با موضوع آمار دسته‌بندی و سازماندهی می‌کنیم. به فاصله‌ی بین کمترین و بیشترین داده، دامنه‌ی تغییرات می‌گویند.



فراوانی:

تعداد داده‌های هر دسته را، فراوانی می‌گویند. فراوانی را به دو صورت زیر می‌توان نشان داد.

(۱) استفاده از چوب خط

(۲) استفاده از عدد

میانگین داده‌ها:

پس از اینکه داده‌های آماری در جدول سازماندهی می‌شوند و به کمک نمودارها درک بهتری از داده‌ها به دست می‌آید، می‌توان از میانگین داده‌ها نیز برای کامل‌تر شدن نتایج حاصل از داده‌ها و تحلیل و تفسیر بهتر آنها استفاده کرد. میانگین چند عدد، از تقسیم مجموع آنها بر تعدادشان به دست می‌آید.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}}$$

اگر تعداد داده‌ها زیاد باشد و داده‌ها دسته‌بندی شده باشند، می‌توان میانگین داده‌ها را با تقریب بسیار خوب به دست آورد.

مثال در یک کلاس ۳۲ نفره، تعداد دانش‌آموزانی که به نوشیدنی‌های مختلف علاقه دارند، در زیر آمده است. جدول مناسبی برای آن‌ها رسم کنید.

چای ۱۰، قهوه ۸، کاپوچینو ۳، اسپرسو ۶، آب پرتقال ۲، آب لیمو ۳

دسته	چای	قهوه	کاپوچینو	اسپرسو	آب پرتقال	آب لیمو
فراوانی	۱۰	۸	۳	۶	۲	۳
چوب خط						

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین‌های درس دوم را حل کنید



درس سوم: احتمال یا اندازه گیری شانس

وقتی یک سکه را می اندازیم، دو حالت هم شانس ممکن است اتفاق بیفتد. یا سکه رو می آید یا پشت و چون در یک حالت از این دو حالت ممکن، سکه رو بیاید؛ پس احتمال رو آمدن سکه $\frac{1}{2}$ است. به این ترتیب برای بیان اندازه ی شانس رخ دادن یک اتفاق، از یک عدد استفاده کرده ایم که احتمال رخ دادن آن اتفاق نامیده می شود.

برای اینکه احتمال رخ دادن یک اتفاق را به دست آوریم، ابتدا همه ی حالت های ممکن را بدست می آوریم، سپس حالت های موردنظر را میان حالت های ممکن پیدا می کنیم. احتمال رخ دادن اتفاق موردنظر برابر است با نسبت تعداد حالت های موردنظر به تعداد کل حالت های ممکن؛ بنابراین احتمال رخ دادن یک اتفاق از دستور زیر به دست خواهد آمد:

$$\text{احتمال رخ دادن یک اتفاق} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد همه حالت های ممکن}}$$

* احتمال روی دادن هر پیشامد را با عددی از صفر تا یک نشان می دهیم.

محاسبه n بار از انتظار یک پیشامد: اگر اتفاقی n بار تکرار شود برای محاسبه اینکه چند بار ممکن است

حالت مطلوب رخ دهد از دستور زیر استفاده می کنیم:

تعداد تکرار $\times$ احتمال روی دادن اتفاق

$$\frac{1}{6} \times 60 = 10$$

مثال: تاسی را 60 بار پرتاب می کنیم. انتظار داریم چند بار عدد 4 بیاید؟



مجموع احتمال روی دادن و روی ندادن یک پیشامد: مجموع احتمال روی دادن و احتمال روی ندادن

یک اتفاق همیشه برابر با عدد ۱ است.

به عنوان مثال احتمال آمدن عدد ۳ در پرتاب تاس برابر $\frac{1}{6}$ و احتمال نیامدن آن برابر $\frac{5}{6}$ است.

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 1$$

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس سوم را حل کنید.



۱) در جای خالی عدد یا کلمه مناسب بنویسید.

الف) علم جمع آوری وسازماندهی اطلاعات عددی و بررسی آنها را **آمار** می نامند.

ب) اطلاعات عددی را در **آمار داده** گویند .

پ) انواع نمودارها در **آمار** ، نمودار **میله‌ای** و **خط شکسته** و **دایره‌ای** و **تصویری** را می توان نام برد.

ت) برای بیان بیشترین یا کمترین مقدار از نمودار **میله‌ای** می توان استفاده کرد.

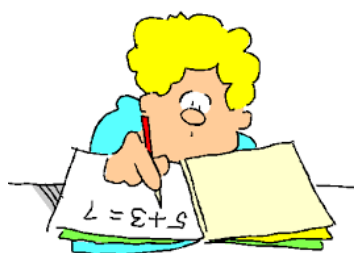
ث) برای بیان میزان تغییرات داده ها از نمودار **خط شکسته** می توان استفاده کرد.

ج) برای بیان مقدار تقریبی داده های خیلی بزرگ از نمودار **تصویری** می توان استفاده کرد.

چ) اگر بخواهیم یک سری داده ها را به صورت جزئی از کل بیان کنیم می توانیم از نمودار **دایره‌ای** استفاده کنیم

ح) احتمال آمدن پشت یا رو در پرتاب یک سکه برابر عدد $\frac{1}{2}$ است .

خ) احتمال آمدن هر یک از اعداد ۱ تا ۶ در پرتاب یک تاس عدد $\frac{1}{6}$ است .

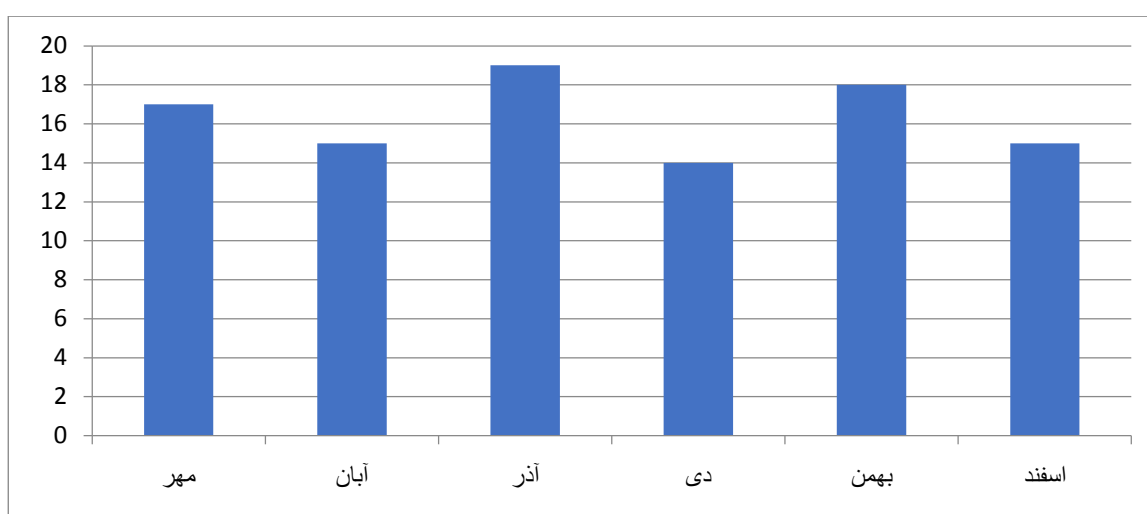


۲) نمرات ریاضی دانش آموزی در شش ماه اول سال تحصیلی به صورت زیر بوده است

مهر ۱۷، آبان ۱۵، آذر ۱۹، دی ۱۴، بهمن ۱۸، اسفند ۱۵

جدول داده ها را تشکیل دهید و نمودار میله ای آن را رسم کنید.

اسفند	بهمن	دی	آذر	آبان	مهر	دسته
۱۵	۱۸	۱۴	۱۹	۱۵	۱۷	فراوانی



۳) میزان دمای چند شهر در یک روز بهاری به صورت زیر است. (دمایا بر حسب درجه وبالاتر صفر هستند)

مشهد ۱۵، یزد ۱۸، تبریز ۸، تهران ۱۱، اهواز ۱۹، همدان ۹

جدول داده ها را تشکیل دهید و نمودار خط شکسته آن را رسم کنید.

مشهد	یزد	تبریز	تهران	اهواز	همدان	شهر
۱۵	۱۸	۸	۱۱	۱۹	۹	دما



۵) الف) اگر دو تاس و دو سکه را به طور همزمان پرتاب کنیم چند حالت پیش می آید ؟

ب) سکه‌ای را دو بار پرتاب می‌کنیم احتمال اینکه هر دو بار یکسان ظاهر شود چقدر است؟

پ) دو تاس را به طور همزمان پرتاب می‌کنیم احتمال اینکه یکی عدد ۵ و دیگری عدد ۲ بیاید چقدر است؟

۶) برای هریک از احتمال‌های زیر مثالی بنویسید.

الف) احتمال رخ دادن کمتر از $\frac{1}{4}$ باشد. **احتمال ۵ آمدن در پرتاب تاس**

ب) احتمال رخ دادن $\frac{5}{6}$ باشد. **احتمال کمتر از ۶ آمدن در پرتاب تاس**

پ) احتمال وقوع صفر باشد. **احتمال آمدن عدد ۹ در پرتاب تاس**

ت) احتمال رخ دادن $\frac{1}{6}$ باشد. **احتمال ۳ آمدن در پرتاب تاس**