

1 - تعداد زیرمجموعه‌های $B = \{\{3\}, 4\}$ چند برابر زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی $A = \{\{1, 2, 3, \dots, 10\}\}$ می‌باشد؟

1 (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4)

نکته : تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر است با : 2^n

پاسخ تست 1 : مجموعه B دو عضوی است. $2^2 = 4$ = تعداد زیرمجموعه‌های B

مجموعه A یک عضوی است. $2^1 = 2$ = تعداد زیرمجموعه‌های A

پس تعداد زیرمجموعه‌های B دو برابر تعداد زیرمجموعه‌های A است

2 - اگر $A = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$ و $B = \{x \mid x = 4n - 1, n \in A\}$ و $B \subseteq A$ ، آنگاه B چند عضو دارد؟

1 (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 6 (6) 7 (7) 29 (29) 30 (30)

پاسخ تست 2 : ابتدا مجموعه B را با عضوهایش مشخص می‌کنیم:

$$B = \{4 \times 1 - 1, 4 \times 2 - 1, 4 \times 3 - 1, \dots, 4 \times 30 - 1\}$$

$$= \{3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, \dots, 119\}$$

و چون قرار است $B \subseteq A$ باشد، عضوهایی از B قابل قبول هستند که در A نیز باشند

پس داریم : $B = \{3, 7, 11, 15, 19, 23, 27\}$

پس B ، ۷ عضو دارد

3 - اگر $A \subseteq B$ باشد، حاصل $(A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B)$ کدام است ؟

1 (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) $B - A$ $\emptyset$

پاسخ تست 3 : $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$ و $A \subseteq B \Rightarrow A - B = \emptyset$

$$A \subseteq B \Rightarrow B - A = B - A$$

$$پس : [(A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B)] = \emptyset \cup (B - A) \cup A = (B - A) \cup A = B$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

4 - تعداد 4 سکه را با هم پرتاب می‌کنیم، احتمال اینکه حداقل یک سکه ((رو)) ظاهر شود، کدام است ؟

$$\frac{15}{16} (4) \quad \frac{7}{8} (3) \quad \frac{13}{16} (2) \quad \frac{12}{16} (1)$$

پاسخ تست 4 : در احتمال وقتی از ((حداقل)) استفاده می‌شود باید بیش‌تر دقت کنیم . مثلاً وقتی گفته می‌شود ((حداقل یک بار)) یعنی کم‌کم 1 بار پس 2 بار و 3 بار و بالاتر هم قبول هست.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16} \quad \text{احتمال این که همه سکه‌ها پشت بیایند :}$$

$$1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} \quad \text{پس احتمال خواسته شده :}$$

پس گزینه 4 صحیح است

5 - حاصل عبارت $|2 - \sqrt{3}| - \sqrt{3}|1 - \sqrt{3}|$ برابر است با :

$$5 - 2\sqrt{3} (4) \quad 1 (3) \quad -1 (2) \quad -2 (1)$$

پاسخ تست 5 : چون $\sqrt{3} \approx 1/73$ می‌باشد، پس داریم :

$$\begin{aligned} \overbrace{\begin{matrix} |2 - \sqrt{3}| \\ |1 - \sqrt{3}| \end{matrix}}^{\text{مثبت}} &= \begin{matrix} 2 - \sqrt{3} \\ \sqrt{3} - 1 \end{matrix} \Rightarrow |2\sqrt{3}| - \sqrt{3}|1 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3} - \sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) \\ &= 2 - \sqrt{3} - 3 + \sqrt{3} = 2 - 3 = -1 \end{aligned}$$

پس گزینه 2 صحیح است

6 - اگر $1 < x < 2$ باشد، حاصل عبارت $|x - 1| + |3 - x| - |2x - 1|$ کدام است؟

$$2x + 2 (4) \quad -2x + 3 (3) \quad 2x + 3 (2) \quad 2x - 3 (1)$$

پاسخ تست 6 : با توجه به اینکه $1 < x < 2$ می‌باشد پس داریم :

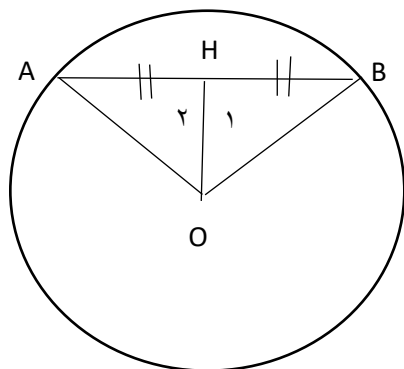
$$\overbrace{|x - 1|}^{\text{مثبت}} + \overbrace{|3 - x|}^{\text{مثبت}} - \overbrace{|2x - 1|}^{\text{مثبت}} = x - 1 + 3 - x - (2x - 1)$$

$$= -2x + 3 \quad \text{پس گزینه 3 صحیح است}$$

7 - در اثبات ((خطی که مرکز دایره را به وسط وتری از آن وصل می‌کند، بر آن وتر عمود است.)) از کدام حالت هم‌نهشتی مثلث‌ها می‌توان استفاده کرد؟

(۱) ض ض ض (۲) ض ز ض (۳) ز ض ز (۴) هر سه مورد

پاسخ تست 7 :



$$\left. \begin{array}{l} \overline{OA} = \overline{OB} \text{ فرض} \\ \overline{AH} = \overline{BH} \text{ فرض} \\ \overline{OH} = \overline{OH} \text{ مشترک} \end{array} \right\} \xRightarrow{\text{ض ض ض}} \Delta OAH \cong \Delta OBH$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{H}_1 = \hat{H}_2 \\ \hat{H}_1 + \hat{H}_2 = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow OH \perp AB$$

پس گزینه ۱ صحیح است

8 - حاصل عبارت $3^4 \times \frac{1}{9} \times (27)^{-1}$ برابر است با :

(۱) ۹ (۲) ۳ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۱

نکته : به طور کلی برای هر عدد حقیقی مخالف صفر مانند a داریم :

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n} \quad \text{و} \quad (a^m)^n = a^{m \times n}$$

پاسخ تست 8 :

$$(27)^{-1} \times 3^4 \times \frac{1}{9} = (3^3)^{-1} \times 3^4 \times \frac{1}{3^2} = 3^{-3} \times 3^4 \times 3^{-2} = 3^{-3+4-2} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

پس گزینه ۳ صحیح است

9 - حاصل عبارت $A = (5/14 \times 10^{11} - 14 \times 10^9) \div 5 \times 10^8$ کدام است ؟

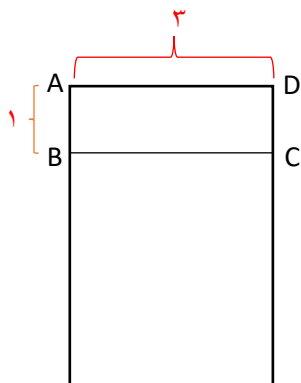
- 1000 (1) 100 (2) 10^4 (3) 10^6 (4)

پاسخ تست 9 :

$$\begin{aligned} & (5/14 \times 10^{11} - 14 \times 10^9) \div 5 \times 10^8 = \\ & = (5/14 \times 10^{11} - 0.14 \times 10^{11}) \div 5 \times 10^8 = [(5/14 - 0.14) \times 10^{11}] \div 5 \times 10^8 \\ & = [5 \times 10^{11}] \times \frac{1}{5} \times 10^8 = 10^{11} \times 10^8 = 10^{19} \end{aligned}$$

پاسخ صحیح در گزینه‌ها نیست

10 - مطابق شکل دو مستطیل ABCD و BCEF متشابه‌اند. اگر $AB = 1$ و $AD = 3$ باشد. مساحت مستطیل ADEF چند برابر مساحت مستطیل BCEF است ؟



- $\frac{4}{3}$ (1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{9}{8}$ (3) $\frac{10}{9}$ (4)

پاسخ تست 10 : چون $ABCD \sim BCEF$ و $\overline{AD} = 3\overline{AB}$ می‌توان نتیجه گرفت : $\overline{CE} = 3\overline{BC}$ پس $\overline{CE} = 3 \times 3 = 9$

$$\left. \begin{aligned} S_{ADEF} &= \overline{AD} \times \overline{DE} = 3 \times (9 + 1) = 30 \\ S_{BCEF} &= \overline{BC} \times \overline{CE} = 3 \times 9 = 27 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{30}{27} = \frac{10}{9}$$

پس گزینه 4 صحیح است

11 - حاصل عبارت $\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}$ برابر است با :

- $2\sqrt{2} - 1$ (1) 2 (2) 1 (3) $\sqrt{2}$ (4)

پاسخ تست 11 :

$$\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{2(\sqrt{2}+1) - \sqrt{2}}{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)} = \frac{2\sqrt{2}+2 - \sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = 1$$

پس گزینه 3 صحیح است.

12- اگر $A = x^2 + 2x + 3$ و $B = 2x^2 + 3x - 1$ و $C = 3x^2 - 5x + 4$ باشد، آنگاه مقدار $2A + B - C$ کدام است؟

(1) $x^2 + 10x - 2$ (2) $x^2 + 12x - 1$ (3) $x^2 + 12x + 1$ (4) $x^2 + 10x + 2$

پاسخ تست 12 :

$$2A + B - C = 2 \times (x^2 + 2x + 3) + 2x^2 + 3x - 1$$

$$-(3x^2 - 5x + 4) = 2x^2 + 4x + 6 + 2x^2 + 3x - 1 - 3x^2 + 5x - 4 = x^2 + 12x + 1$$

پس گزینه ۳ صحیح است

13- در تجزیه‌ی $4a^2 - 64$ کدام عامل وجود ندارد؟

(1) $a^2 + 4$ (2) $a + 2$ (3) $a - 2$ (4) $a^2 - 8$

پاسخ تست 13 :

$$4a^2 - 64 = 4(a^2 - 64) = 4(a^2 + 4)(a^2 - 4) \\ = 4(a^2 + 4)(a + 2)(a - 2)$$

پس گزینه صحیح، گزینه ۴ است

نکته : در حل این تست از اتحاد مزدوج استفاده کردیم : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

14- اگر $A = x^2 + \frac{1}{x}$ و $B = x^2 - \frac{1}{x}$ باشد، حاصل $(B - A)(A + B)$ کدام است؟

(1) $2x^2$ (2) $-2x^2$ (3) 3 (4) -2

پاسخ تست 14 :

$$A + B = x^2 + \frac{1}{x} + x^2 - \frac{1}{x} = 2x^2$$

$$B - A = x^2 - \frac{1}{x} - \left(x^2 + \frac{1}{x}\right) = x^2 - \frac{1}{x} - x^2 - \frac{1}{x} = -1$$

$$\Rightarrow (B - A)(A + B) = -1 \times 2x^2 = -2x^2$$

پس گزینه ۲ صحیح است

15 - به ازای کدام عدد صحیح، نامساوی $\frac{2}{7-x} > 1$ برقرار است؟

- 2 (1) 5 (2) 6 (3) 7 (4)

پاسخ تست 15 :

$$\frac{2}{7-x} > 1 \Rightarrow 2 > 7-x \Rightarrow 2-2 = 7-x-2$$

$$\Rightarrow 0 > -x + 5 \Rightarrow -5 > -x \Rightarrow x > 5$$

و x نمی‌تواند ۷ باشد چون مخرج کسر صفر می‌شود و کسر $\frac{2}{7-x}$ بی معنی می‌شود پس $x = 6$ جواب می‌باشد.
پس گزینه ۳ صحیح است

16 - شیب خط $\frac{3-x+2y}{3} = \frac{x}{2}$ برابر است با :

- $\frac{5}{4}$ (1) $-\frac{3}{2}$ (2) $\frac{2}{2}$ (3) $-\frac{5}{4}$ (4)

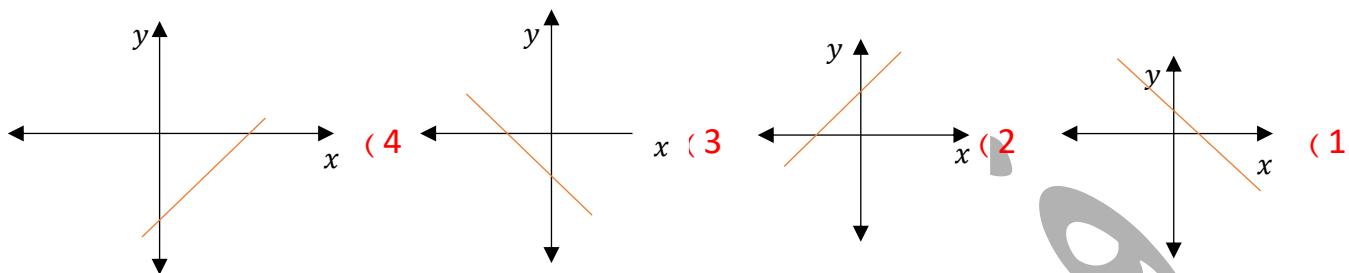
پاسخ تست 16 :

$$\frac{3-x+2y}{3} = \frac{x}{2} \Rightarrow 2(3-x+2y) = 3x$$

$$\Rightarrow 6 - 2x + 4y = 3x \Rightarrow 4y = 3x + 2x - 6 \Rightarrow y = \frac{5}{4}x - \frac{6}{4}$$

شیب خط $= \frac{5}{4}$ پس گزینه یک صحیح است

17- در معادله $ax + by + c = 0$ ، اگر $ab > 0$ و $bc < 0$ باشد، نمودار خط به کدام صورت خواهد بود؟



پاسخ تست 17:

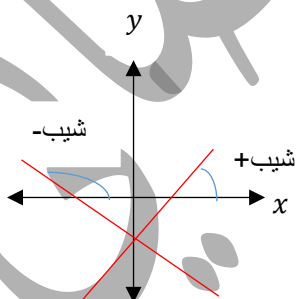
$$ax + by + c = 0 \Rightarrow by = -ax - c \Rightarrow y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

و چون $ab > 0 \Rightarrow \frac{a}{b} > 0 \Rightarrow -\frac{a}{b} < 0$ شیب خط منفی

$bc < 0 \Rightarrow \frac{c}{b} < 0 \Rightarrow -\frac{c}{b} > 0$ عرض از مبدأ مثبت

تنها گزینه‌ای که شیب منفی و عرض از مبدأ مثبت باشد، گزینه ۱ می‌باشد

نکته: اگر خط با محور x ها (قسمت مثبت) زاویه بین 0° و 90° داشته باشد، آنگاه شیب خط مثبت و اگر زاویه بین 90° تا 180° داشته باشد، آنگاه شیب خط منفی است



18- اگر $2x + 5y = 10$ و $5x + 2y = 18$ باشد، مقدار عددی $(x + y)^2$ برابر است با :

- 1) 49 2) 4 3) 28 4) 16

پاسخ تست 18 :

$$\left. \begin{array}{l} 5x + 2y = 18 \\ 2x + 5y = 10 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{جمع}} 7x + 7y = 28 \Rightarrow 7(x + y) = 28$$

$$\Rightarrow x + y = \frac{28}{7} = 4 \Rightarrow (x + y)^2 = 16$$

گزینه 4 صحیح است

19- حاصل کسر $\frac{2x^2 - 8x + 8}{2x - 4}$ کدام است ؟

- 1) $2x + 4$ 2) $x + 2$ 3) $x - 2$ 4) $2x - 4$

پاسخ تست 19 :

$$\frac{2x^2 - 8x + 8}{2x - 4} = \frac{2(x^2 - 4x + 4)}{2(x - 2)} = \frac{(x - 2)^2}{x - 2} = x - 2$$

پس گزینه 3 صحیح است

20- کدام نقطه‌ی زیر روی خط $2y - 3x = 7$ قرار ندارد ؟

- 1) $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix}$

پاسخ تست 20 : با بررسی نقاط و قرار دادن آن در خط می‌توان فهمید :

1) $2y - 3x = 7 \Rightarrow 2 \times 2 - 3 \times (-1) = 7 \Rightarrow 7 = 7$ قرار دارد

2) $2y - 3x = 7 \Rightarrow 2 \times (-2) - 3 \times (1) = -4 - 3 = -7 \neq 7$ قرار ندارد

پس گزینه 2 صحیح است

21 - در کره‌ای به شعاع R سک مکعب محاط شده است، نسبت حجم این کره به مکعب یاد شده کدام است؟

- (1) $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ (3) $\frac{\sqrt{6}}{3}\pi$ (4) $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$

پاسخ تست 21 :

نکته : اگر یک مکعب به ضلع a داخل کره‌ای به شعاع r محاط شده باشد، قطر مکعب و قطر کره با هم برابرند

$$2r = a\sqrt{3} \Rightarrow r = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad \text{و} \quad a = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

حل :

$$\frac{\text{حجم کره}}{\text{حجم مکعب}} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^3 \times r^3} = \frac{\frac{4}{3}\pi}{\frac{8}{3\sqrt{3}}} = \frac{3\sqrt{3} \times 4}{24} \pi = \frac{\sqrt{3}}{2} \pi$$

پس گزینه 4 صحیح است

22 - حاصل عبارت $\frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x} + 2$ برابر است با : ($x \neq -1$ و $x \neq 1$)

- (1) $\frac{4}{(x^2-1)}$ (2) $\frac{2(1+x^2)}{x^2-1}$ (3) $\frac{2(1+x^2)}{(1-x^2)}$ (4) $\frac{4}{1-x^2}$

پاسخ تست 22 :

$$\begin{aligned} \frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x} + 2 &= \frac{(1+x)^2 + (1-x)^2 + 2(1-x^2)}{(1-x)(1+x)} \\ &= \frac{1+2x+x^2+1-2x+x^2+2-2x^2}{1-x^2} = \frac{4}{1-x^2} \end{aligned}$$

پس گزینه 4 صحیح است

23 - خارج قسمت تقسیم $x^4 - y^4$ بر $x + y$ کدام است؟

(1) $x^3 - y^3$ (2) $x^3 - 2x^2y - y^3$ (3) $x^3 - x^2y + xy^2 - y^3$ (4) $x^3 + x^2y - xy^2 + y^3$

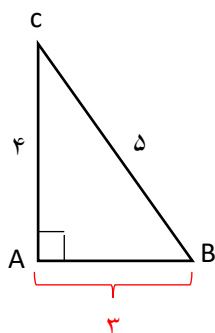
پاسخ تست 23 :

$$\frac{x^4 - y^4}{x + y} = \frac{(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)}{x + y} = \frac{(x^2 + y^2)(x - y)(x + y)}{x + y}$$

$$= (x^2 + y^2)(x - y) = x^3 - x^2y + xy^2 - y^3$$

پس گزینه ۳ صحیح است

24 - شکل زیر را یک بار حول ضلع AB و بار دیگر حول ضلع AC دوران می‌دهیم، اختلاف حجم دو مخروط حاصل کدام است؟



(1) 4π (2) 6π (3) 2π (4) 8π

پاسخ تست 24 :

$$AB^2 = 5^2 - 4^2 \Rightarrow AB^2 = 25 - 16$$

$$\overline{AB} = \sqrt{9} = 3$$

مخروط $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$\left. \begin{aligned} AB \text{ حول } V_1 &= \frac{1}{3}\pi.AC^2.AB = \frac{1}{3}\pi \times 16 \times 3 = 16\pi \\ AC \text{ حول } V_2 &= \frac{1}{3}\pi.AB^2.AC = \frac{1}{3}\pi \times 9 \times 4 = 12\pi \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف حجم} = 16\pi - 12\pi = 4\pi$$

پس گزینه ۱ صحیح است

25 - هرم منتظمی داریم که قاعده‌ی آن مربعی به ضلع ۶ سانتی متر می باشد، اگر مساحت جانبی این هرم 60 سانتی متر مربع باشد، حجم این هرم چقدر است؟

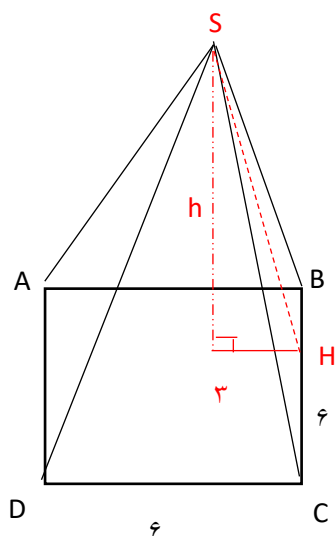
24 (4

48 (3

12 (2

36 (1

پاسخ تست 25 :



$S = 15$ یک مثلث $S = 60 \Rightarrow$ جانبی

$$S_{\Delta SBC} = 15 \Rightarrow \frac{BC \times SH}{2} = 15$$

$$\Rightarrow \frac{6 \times SH}{2} = 15 \Rightarrow SH = 5$$
 ارتفاع مثلث جانبی

$$5^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow h^2 = 16 \Rightarrow h = 4$$
 ارتفاع هرم

$$V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \times (6 \times 6) \times 4 = 48$$
 حجم هرم

گزینه ۳ صحیح است

26 - نقاط $A = (2, 0)$ و $B = (3, -1)$ دو رأس مجاور یک مربع هستند. طول قطر مربع کدام است؟

$2\sqrt{2}$ (4

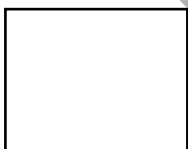
2 (3

$\sqrt{3}$ (2

1 (1

پاسخ تست 26 -

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$



$$AB \text{ ضلع} = \sqrt{(3-2)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$\text{قطر مربع} = \text{ضلع مربع} \times \sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

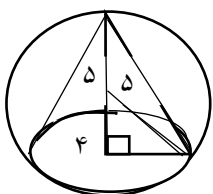
27- در کره‌ای به شعاع ۵ واحد، مخروطی به ارتفاع ۹ محاط شده است. حجم مخروط کدام است ؟

- ۱) ۱۵π (2) ۲۷π (3) ۸۱π (4) ۹π

پاسخ تست 27 :

$$R^2 = 5^2 - 4^2 = 9 \rightarrow R = 3$$

$$\text{حجم مخروط} = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 3 \times 9 = 27\pi$$



28- مربع عبارت $\sqrt{48} - 2\sqrt{3} - \sqrt{27} + 5\sqrt{12}$ برابر کدام گزینه است ؟

- ۱) 243 (2) 27 (3) $9\sqrt{3}$ (4) 108

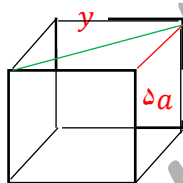
پاسخ تست 28 :

$$4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$

$$(9\sqrt{3})^2 = 81 \times 3 = 243$$

29- اگر حجم یک مکعب $۱۲۵a^3$ باشد، قطر قاعده مکعب برابر کدام است ؟

- ۱) $۵\sqrt{2}a$ (2) $۵\sqrt{2}a^2$ (3) $۲\sqrt{۵}a$ (4) $۵\sqrt{2}a$



پاسخ تست 29 :

$$x^3 = 125a^3$$

$$x = 5a$$

$$y^2 = (5a)^2 + (5a^2)$$

$$y^2 = 25a^2 + 25a^2 = 50a^2$$

$$y = \sqrt{50}a \rightarrow y = 5\sqrt{2}a$$

$$2 \times 25$$

30- جواب معادله $\left(\frac{2}{5}\right)^{2x+3} = \left(\frac{5}{2}\right)^{2-\Delta x}$ کدام است ؟

- (1) $\frac{5}{3}$ (2) $-\frac{5}{3}$ (3) $-\frac{1}{7}$ (4) $\frac{1}{3}$

پاسخ تست 30 :

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{2x+3} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-2+\Delta x}$$

$$2x + 3 = -2 + \Delta x$$

$$\Delta = 3x$$

$$\frac{5}{3} = x$$

فایده
رضایی